Montessori pour les Mathématiques du Lycée

Andy Foyen

12 juin 2022

UNIVERSITÉ DU LUXEMBOURG

Faculté des Sciences, des Technologies et de Médecine
Master en Enseignement secondaire
Filière Mathématique

Je tiens à remercier mes superviseurs, Prof. Dr. Antonella Perucca et Dr. Dominic Harion, pour leur aide et leurs conseils avisés. Je remercie également Nancy Lambert et Jean-Claude Beernaut pour leur aide à la relecture. Merci aussi à Prof. Dr. Pascale Engel de Abreu pour les études qu'elle m'a conseillées.

Avants-propos

L'envie d'analyser l'œuvre de Prof. Dr. Maria Montessori et d'en transposer les principes aux mathématiques du niveau du lycée m'est venue un peu par hasard. Le nom *Maria Montessori* ne m'était pas tout à fait inconnu puisque, d'une part, certains de ses principes éducatifs ont été adoptés dans les premières classes de notre système éducatif et, d'autre part, ma cousine, Aude Werrie, est institutrice en école maternelle en Belgique. À l'été 2020, ma cousine est devenue maman et dans les premiers mois de l'éducation de son enfant, le nom *Maria Montessori* est revenu dans les conversations familiales avec d'autant plus d'insistance.

En septembre 2020, pendant des vacances en famille sur l'Île d'Oléron, j'ai découvert, totalement par hasard, une vidéo vantant les mérites de Prof. Dr. Maria Montessori et expliquant en quoi son œuvre a changé notre système éducatif. Cette vidéo et encore davantage la discussion avec mes parents et grands-parents qu'elle a amenée, ont éveillé mon intérêt et ont suscité chez moi la réflexion suivante : « Est-il possible d'adapter les principes de la méthode Montessori aux mathématiques du lycée ? »

Bien que déjà inscrit au Master en Enseignement secondaire filière mathématique de l'Université de Luxembourg, il ne m'était alors pas encore venu à l'esprit d'écrire mon travail de fin d'études autour de cette réflexion. J'étais en effet à l'époque quasiment persuadé que la meilleure manière d'enseigner les mathématiques reposait sur l'enseignement traditionnel matérialisé par le tableau noir et la craie blanche. Cette opinion a rapidement évolué grâce aux cours communs donnés dans le cadre de ce master. J'ai appris non seulement qu'il existe une multitude d'autres modes d'enseignement, chacun avec ses propres avantages et inconvénients, mais aussi que bâtir un cours inclusif passe par l'utilisation de méthodes d'enseignement alternatives, dans le cas de troubles d'apprentissage par exemple. En d'autres termes, j'ai pu de par mon cursus universitaire ouvrir mon esprit quant à l'enseignement. Fonder mon travail de fin d'études sur le sujet *Montessori pour les Mathématiques du lycée* devenait ainsi une évidence.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

FIGURE 1 – M.M. pour *Maria Montessori*

1 Objectifs

Ce travail vise deux objectifs :

1. D'une part, étant donné que la *méthode Montessori* s'adresse avant tout aux enfants en bas âge, nous commencerons par dégager les principes fondamentaux de cette méthode et par étudier diverses manières de les transposer aux mathématiques du lycée. Nous créerons ensuite une activité *Montessori* que j'aurai testée en conditions réelles lors de mon stage dans le Lycée du Nord à Wiltz.
2. D'autre part, nous verrons que pour transposer la méthode Montessori aux mathématiques du lycée, il sera nécessaire d'élargir ce qu'on appelle le *matériel sensoriel*. Nous proposerons d'y ajouter un demi-mètre pliant. Nous en décrirons ces caractéristiques fondamentales et argumenterons en quoi celles-ci correspondent au reste du matériel sensoriel. Nous donnerons également des exemples très concrets d'applications de ce demi-mètre pliant aux mathématiques du lycée.

2 Motivation

Pourquoi a-t-on besoin de chercher des alternatives à l'enseignement frontal et aux cours dont le développement se fait par l'interrogation directe des élèves ? D'où vient cette volonté de faire des élèves (et non plus des enseignants) les éléments centraux du cours ? Après tout, ces formes d'enseignement ont déjà fait leurs preuves et se sont montrées suffisantes dans le passé et les enseignants y ont développé une expérience suffisante pour les considérer comme leur zone de confort. De plus, il est tout à fait possible de transposer ces formes de cours aux nouveaux médias connectés.

D'un côté, le marché du travail a changé et demande des compétences, qui ne sont pas nécessairement entraînées dans l'enseignement actuel, telles que l'esprit d'équipe, la prise de responsabilités et la prise d'initiatives (voir [6, p. 188]). Or préparer la nouvelle génération au marché du travail est pourtant l'un des objectifs de l'enseignement. De plus, l'image de l'enseignant a changé et menace de réduire la zone de confort dans laquelle celui-ci évolue (voir [6, p. 310]). De même, nos connaissances sur le processus d'apprentissage évoluent et tendent à montrer que le savoir se construit activement.

3 Méthodologie

Nous n'avons pas ici l'objectif de réinventer la roue. Notre but va être dans un premier temps de nous inspirer de l'œuvre originale de Maria Montessori dans le but d'analyser en profondeur la méthode établie par la pédagogue. Comme déjà mentionné juste avant, le public cible de la méthode Montessori n'est pas équivalent au nôtre. Afin de ne pas partir d'une page blanche, nous nous baserons sur des principes pédagogiques qui s'adressent aux élèves des lycées et qui se rapprochent de la méthode Montessori et nous les adapterons de manière à ce qu'elles y correspondent (presque) totalement. Pour la partie sur le demi-mètre pliant, nous commencerons par le décrire et l'analyser. Ceci devra nous donner des idées d'applications pour des unités d'enseignement dans lesquels nous utilisons le demi-mètre pliant comme un élément du matériel sensoriel Montessori.

4 Structure

Ce travail est divisé en deux parties, une pour chaque objectif. Pour la première partie, celle qui vise à étudier les principes de la méthode Montessori et la transposition de celle-ci aux mathématiques du lycée, nous commencerons avec une biographie de Maria Montessori. De celle-ci, nous tirerons les principes fondamentaux que nous exposerons ensuite. Nous parlerons du matériel sensoriel Montessori et nous exposerons les éléments de celui-ci qui sont en rapport avec l'apprentissage des mathématiques. Nous tâcherons de détailler le rôle de l'enseignant dans une classe montessorienne. Nous exposerons diverses études au sujet de la méthode Montessori ou de certains aspects de celle-ci. Ensuite, nous tenterons d'adapter la méthode Montessori aux mathématiques du lycée et nous proposerons une séquence concrète d'apprentissage. Finalement, après s'être demandé si le matériel sensoriel est toujours suffisant pour nos applications, nous détaillerons la séquence d'enseignement que j'ai testée pendant mon stage.

Dans la deuxième partie de ma thèse, celle qui visera à étendre le matériel sensoriel Montessori avec le demi-mètre pliant, nous commencerons par une description du demi-mètre pliant. Ensuite, nous verrons des applications concrètes du demi-mètre pliant aux mathématiques du lycée dans les domaines de l'algèbre, de la géométrie et des probabilités. Dans chaque cas, nous tenterons de dégager clairement le rôle que joue notre demi-mètre pliant. Nous terminerons par une conclusion qui devra établir si le demi-mètre pliant peut faire partie du matériel sensoriel, ou non.

Ma thèse se terminera par trois annexes. La première contiendra l'article *Der 50cm lange Gliedermaßstab* écrit par Prof. Dr. Antonella Perucca et moi-même. Il s'agit d'un article envoyé à la *Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (*GDM*). Il sera présenté lors de la rencontre annuelle qui se tiendra du 29 août au 2 septembre 2022. Il sera ensuite publié dans les actes du congrès avant le 30 septembre 2022. La deuxième annexe contiendra les notes du cours *type Montessori* que j'ai tenu au Lycée du Nord. Les élèves de cette classe ont accepté d'évaluer ce type d'enseignement et c'est ce qui sera à retrouver dans la troisième annexe.

Première partie

Introduction à la méthode Montessori

5 Qui était Maria Montessori ?

J'invite le lecteur intéressé à consulter [5]. Il s'agit d'un podcast d'une durée d'une petite heure de l'émission *Toute une vie* diffusée sur la radio *France culture*. C'est la source d'information principale pour cette partie. J'ai également consulté d'autres sources pour ajouter certains détails. Celles-ci seront indiquées dans le texte ci-dessous à côté des parties concernées.

Maria Montessori est née le 31 août 1870 à Chiaravalle. Ses parents, Alessandro Montessori et Renilde Stoppani, appartiennent à la bourgeoisie italienne. Maria Montessori est la nièce du prêtre Antonio Stoppani, qui a joué un rôle très important dans la vulgarisation du savoir scientifique dans l'Italie du XIXe siècle. La science et la philosophie exercent d'ailleurs une influence majeure dans la partie maternelle de la famille de la jeune Maria. Très tôt, sa maman l'encourage à s'engager sur la voie académique, ce qui était très difficile pour les femmes de cette époque. En 1890, peu de temps après avoir reçu son baccalauréat elle décide qu'elle veut devenir médecin. Dans des conditions très difficiles, marquées par la désapprobation de ses camarades qui ne peuvent concevoir qu'une femme puisse devenir médecin, elle fera preuve de beaucoup d'abnégation et d'une force de caractère hors du commun et obtiendra son diplôme de docteur en médecine à l'Université *La Sapienza* de Rome à l'âge de 26 ans. Sur celui-ci, le terme *Signor* sera féminisé à la main. Elle devient alors l'une des premières femmes médecin d'Italie, ce qui lui offre une notoriété naissante.

Mais quel est donc le lien avec la pédagogie ? Ce sont les aléas de la vie qui la mettront sur les voies de ce qu'elle considérera comme son destin, améliorer la condition de l'homme. Elle entre dans la vie active comme docteur assistant dans l'hôpital psychiatrique de l'Université de Rome, l'asile *Santa Maria della Pietà*. Elle y travaille avec des enfants *idiots* (ce terme ne serait évidemment plus convenable aujourd'hui, mais à l'époque il s'agissait du terme scientifique pour désigner des personnes avec un coefficient intellectuel anormalement bas). Ces enfants sont tenus à l'écart de la société et n'ont quasiment aucune occupation. Ce qui va sonner chez elle comme une première révélation, c'est l'observation d'un enfant qui joue avec une mie de pain. Elle remarque en effet que l'enfant ne la mange pas, mais joue simplement avec. Elle en conclut que l'enfant a besoin d'avoir quelque chose entre les mains.

Dans [16, p. 35-40], on découvre que Maria Montessori apprend à connaître l'œuvre du docteur Édouard Séguin, qui dans sa publication *Traitement moral, hygiène et éducation des idiots*, a décrit les besoins spécifiques de tels enfants. Ce dernier avait même mis au point un matériel qui avait pour vocation de stimuler les sens de ces enfants. Maria Montessori va alors, dans un premier temps, traduire en italien le livre du Dr. Séguin afin de le travailler dans le moindre détail et laisser fabriquer le matériel qui y est décrit. Elle veut tenter l'approche de la pédagogie curative, c'est-à-dire de *guérir* les enfants par l'enseignement.

Toujours selon [16, p. 35-40], Maria Montessori se fixe comme objectif d'apprendre la lecture, l'écriture et le comptage à ces enfants déficients. Pour ce faire, elle s'inspire beaucoup de la méthode de Séguin mais y ajoute des expériences personnelles lorsque cela est nécessaire. La tentative s'avère être une réussite. En moins de 2 ans (de 1898 à 1900), les élèves sont parvenus à atteindre les exigences de la doctoresse. Or, si les enfants maîtrisent la lecture, l'écriture et les calculs de base, pourquoi ne pas les inscrire aux épreuves de fin d'études primaires ? C'est exactement ce que va faire Montessori, récoltant les moqueries de son entourage. Et pourtant... Non seulement les élèves réussissent leurs tests, mais en plus, ils parviennent à faire mieux que des élèves non déficients. Ces résultats font grands bruits et offrent à Maria Montessori une notoriété importante. Tout le monde se demande comment elle a su élever à ce point le niveau intellectuel d'enfants dont on prédisait un avenir au banc de la société. Elle, par contre, cherchait les raisons expliquant pourquoi le niveau des écoles ordinaires est si bas. Comment pourrait-on l'améliorer ? Et si le matériel sensoriel développé par le docteur Séguin puis complété par ses soins était également bénéfique aux enfants ordinaires ?

« De 1898 à 1900, je me suis ainsi vouée à l'instruction des "arriérés" et, depuis cette époque, j'ai cru avoir l'intuition que ces méthodes n'avaient rien de spécial à l'instruction des idiots, mais qu'elles contenaient des principes d'une éducation plus rationnelle que celles employées aujourd'hui, puisque même une mentalité inférieure pouvait en être agrandie et développée. Cette intuition devint une idée fixe, dès que j'eus quitté l'école des "déficients" ; et, peu à peu, j'acquis la conviction que de semblables méthodes, appliquées aux enfants normaux, développeraient leur personnalité de manière merveilleuse et surprenante. » - Maria Montessori dans [16, p. 36-37].

Si son passage à l'asile *Santa Maria della Pietà* est une réussite d'un point de vue professionnel, c'est malheureusement un désastre sur le plan personnel, selon [22]. Elle s'éprend du docteur Giuseppe Ferruccio Montesano duquel elle tombe enceinte. Son enfant, qu'elle prénome Mario (et qui prendra le patronyme maternel) naît le 10 mars 1898. Cette naissance est cachée, parce qu'hors mariage. Montesano reconnaîtra l'enfant, mais ce dernier est placé dans une famille à la campagne jusqu'à ses 12 ans, juste après la mort de la maman de Maria. Montessano se mariera ensuite avec une autre femme. De son côté, Montessori quitta son poste et entreprit de nouvelles études à *La Sapienza*.

L'histoire aurait pu s'arrêter là, mais l'obsession que Maria Montessori a développée vis à vis de l'enseignement ainsi que la notoriété qu'elle a acquise lors de son travail à l'asile vont la remettre en selle en 1907. Comme en l'apprend dans [16, p. 41-42], Maria Montessori, au moment où elle faisait partie du jury pour « attribuer l'exposition internationale, dans la section de la pédagogie scientifique et de la psychologie expérimentale », a été contactée par un certain Édouard Talamo qui s'occupait des écoles *enfants dans la maison*. Son objectif est de créer des garderies pour enfants de trois à six voire sept ans dans des quartiers défavorisés des grandes villes italiennes. Ceci devait permettre aux parents d'aller travailler ou de s'adonner à d'autres préoccupations sans avoir à se soucier de la garde des enfants. Ainsi, les enfants ne seraient plus livrés à eux-mêmes et ne commettraient plus de dégradations aux infrastructures de la ville. Maria Montessori devint ainsi directrice de la *Casa dei Bambini* (comprenez *Maison des Enfants*) qui ouvre ses portes le 6 janvier 1907 dans le quartier populaire San Lorenzo de Rome (voir [17, p. 154]).

La première Casa dei Bambini accueillait une cinquantaine d'enfants. Ils étaient en majorité analphabètes (voir [17, p. 154]). Le staff de la garderie était constitué d'un gardien, d'une institutrice et de Maria Montessori qui faisait office de directrice et qui se chargeait de l'apprentissage de la lecture et de l'écriture. Comme nous l'apprend [17, p. 157], l'institutrice n'était pas une véritable maîtresse d'école. En effet, un tel poste d'enseignant était difficile à pourvoir, étant donné qu'il n'avait pas véritablement lieu dans un cadre scolaire. Le choix s'est donc porté sur une ouvrière qui avait tenté de devenir enseignante dans le passé.

« Elle n'avait par conséquent ni l'ambition, ni la moindre préparation, ni les idées préconçues que l'on aurait fatalement retrouvées chez une enseignante de profession. » [17, p. 157]

La première décision qui a été prise était de meubler les pièces de la Casa dei Bambini à l'aide de meubles adaptés aux petites tailles des enfants. La prochaine étape était d'introduire le matériel sensoriel aux enfants. Non seulement la *dottoressa* remarquait un intérêt inné chez les enfants pour ce matériel, ce qui n'avait pas été le cas avec les enfants déficients, mais elle observait des phénomènes surprenants : Il arrive que, les enfants répètent inlassablement les exercices (voir [17, p. 161-162]). Ils sont alors imperturbables et ignorent tous les stimuli de l'extérieur et après, ils ne présentent aucune fatigue. Au contraire même, les élèves semblent plus éveillés que jamais. Maria Montessori remarqua alors que la loi naturelle du moindre effort, qui dit que dans la nature chaque individu cherche à obtenir le plus de résultats possibles en minimisant l'effort consenti, ne s'applique pas à l'enfant de moins de six ans.

Ensuite, l'institutrice et elle ont enseigné aux enfants les règles de savoir vivre et l'hygiène. Et là, le constat est resté le même : Les enfants avaient tendance à répéter inlassablement le même exercice. Ils se lavaient par exemple plusieurs fois les mains avec beaucoup d'application et de délicatesse. Celle dont la vocation de pédagogue prenait le pas sur la carrière de médecin en conclut dans [17, p. 162] que *« plus un exercice était enseigné avec exactitude, plus il semblait devenir stimulant au point d'être sans cesse répété. »* Ils apprirent également les gestes de la vie quotidienne (tels que le ménage ou le jardinage) et les principes de la bienséance.

Un autre évènement, observé totalement par hasard, va marquer au fer rouge la pédagogie prônée par le docteur Montessori. Un soir, l'institutrice avait oublié de fermer l'armoire contenant le matériel sensoriel. Le lendemain, alors qu'elle se présentait en retard sur son lieu de travail, elle remarquait que les enfants avaient déjà sorti certains éléments du matériel sensoriel de l'armoire. En d'autres termes, les enfants ont d'eux même choisi les exercices du matériel sensoriel. C'est alors que Maria Montessori remarqua qu'on pouvait fournir à l'enfant une liberté dans ses choix après que celui-ci a, dans un premier temps, façonné sa volonté. On fit donc le choix de confectionner une armoire plus adaptée aux enfants dans laquelle ils pourraient se servir selon leurs envies.

L'atmosphère dans la salle de classe s'est améliorée au fur et à mesure et le principe des récompenses et punitions, que l'on pensait d'une nécessité absolue, devint désuet dans la maison des enfants de San Lorenzo, comme la pédagogue l'indiquait elle-même dans [17, p. 167].

Sur demande des parents, qui avaient eu échos du succès qu'avait connu Montessori à l'asile *Santa Maria della Pietà*, Maria Montessori tenta d'enseigner à ses disciples la lecture et l'écriture. Pour ce faire, elle fit usage de la méthode qu'elle a décrite dans [18, p. 112-126]. Je ne vais pas ici décrire en détail le procédé, puisqu'il s'éloigne des mathématiques, ce qui est notre véritable objectif. Je mentionnerai simplement que l'enseignement vise d'abord à préparer la main à l'écriture via l'étape intermédiaire de carrés cartonnés contenant des lettres en papier de verre. Sur ces fiches cartonnées, les élèves pouvaient suivre du doigt la forme des lettres et ainsi habituer leur main au mouvement. L'institutrice a ainsi introduit les lettres et enseigné aux élèves les sons correspondants.

Un jour, alors qu'elle se trouvait dans le jardin avec les enfants, elle demanda à l'un d'entre eux de dessiner à la craie une cheminée. Il s'exécuta. Soudain, il s'écria qu'il savait écrire. Il écrivit sur le sol des mots comme *main*, *cheminée* ou *toit*. D'autres enfants le rejoignaient et se mirent également à écrire. Cette anecdote, montrant le succès de la méthode, est à retrouver dans [18, p. 127] et dans [17, p. 180-181]. Les enfants en question avaient environ quatre ans.

Les enfants ont ainsi commencé à écrire avant de savoir lire. Ils n'ont donc pas immédiatement saisi la dualité écriture/lecture. Pourtant, l'anecdote citée ci-dessus a déjà trouvé échos dans la presse, qui suit de très près l'établissement. De généreux donateurs ont ainsi fait cadeau de nombreux livres à la maison des enfants. Ces livres restaient malheureusement inutilisés, si ce n'est pour leurs images, dans un premier temps. Comme on l'apprend dans [17, p. 179-183], il a fallu différents exercices et attendre un évènement pour que cela change. Tout d'abord, on a changé les règles du jeu *suivez le guide*. Au lieu de mimer ce que fait le guide, en l'occurrence le Dr Montessori, celui-ci écrit ses ordres sur un bout de papier. Les enfants doivent le lire dans leur tête et exécuter l'ordre. De cette manière, ils ont appris que l'écriture pouvait transmettre des messages. Un jour, un des enfants est arrivé à l'école avec une feuille et a montré à ses camarades qu'elle contenait une histoire. C'est à ce moment-là que les enfants ont compris l'importance et l'utilité des livres.

Comme déjà expliqué plus haut, la presse a suivi de près l'aventure de la garderie de San Lorenzo. Par conséquent, la notoriété de la *dottoressa* n'a cessé de grandir et très vite, des personnalités sont venues visiter la fameuse maison des enfants. Des têtes couronnées font même le déplacement dans ce quartier pourtant réputé mal famé. C'est le cas par exemple de la Reine d'Italie, Marguerite de Savoie (voir [23]). En 1909, Maria Montessori va coucher pour la première fois les principes de la méthode sur le papier dans [16]. Comme l'explique le journal *Le Monde*, cette publication rencontre immédiatement un grand succès. Elle se vend très rapidement, aussi bien en Italie qu'à l'international et est traduite dans de nombreuses langues, dont l'anglais. Cela va permettre au livre de s'exporter outre Atlantique et parvenir à un certain Samuel S. McClure, fondateur du magazine *McClure's Magazine*. Celui-ci retrouve en toute la biographie de Montessori une success-story dont les Américains sont si friands. Son magazine publiera [30] en mai 1911 et sera ensuite inondé de courriers de lecteurs dans les jours qui suivent. C'est le début de la notoriété internationale de Maria Montessori. Rome devient un lieu de pèlerinage pour tous les pédagogues du monde. Elle laisse tomber son activité de médecin pour se consacrer totalement à la pédagogie. Son activité se conjugue en discours, formations et actions sur le terrain.

D'autres maisons des enfants voient le jour à travers l'Italie et à l'international, dont une à Washington, dirigée par Alexander Bell, l'inventeur du téléphone, et sa femme Mabel. Maria Montessori donne des conférences en Italie et en Espagne et est invitée aux États-Unis. Elle y part en 1913 et doit à nouveau dire au revoir à son fils. Elle le confie à son amie, Anna Maccheroni. Son séjour aux *States*, brillamment décrit dans [24], connaît un succès fou. Elle y rencontre Alexander Bell alors que la fille du Président Wilson s'improvise guide touristique pour sa venue. Elle se produit deux fois dans un Carnegie Hall plein à craquer et donne des conférences dans bon nombre de grandes villes étasuniennes. Elle rentre en Italie le jour du réveillon de Noël 1914. La Grande Guerre bat son plein en Europe, mais l'Italie est à ce moment-là encore neutre. Elle retourne aux États-Unis l'année suivante, accompagnée cette fois de Mario qui y rencontrera sa première épouse. Après avoir vu la malaisante école Montessori de San Francisco, dont toutes les parois sont en verre et où les enfants sont observés tels des animaux dans un zoo, Maria Montessori reviendra en Europe après le décès de son père. Mais l'Italie, maintenant en guerre du côté de la Triple-Entente, est désormais inaccessible. Elle se rabat sur l'Espagne et se voit confiée l'*Escola Montessori de Barcelona*. Son fils la rejoint assez vite et devient papa de trois enfants. Absente dans les premières années de son fils, Maria Montessori se rattrapera donc avec ses petits-enfants.

En Italie, alors que le PNF de Benito Mussolini a pris le pouvoir en 1922, les Italiens jouissant d'une notoriété internationale font office d'instrumentalisation de la part du régime. Maria Montessori, qui revint en Italie en 1924, ne dérogera pas à la règle. La relation entre les deux individus est relatée dans [25]. Comment un régime prônant le fascisme, c'est-à-dire la doctrine disant que l'individu à l'extérieur de l'État n'a aucune valeur, pouvait-il s'intéresser à une pédagogue qui met l'enfant en tant qu'individu au centre de ses préoccupations ? La réponse est que les deux côtés avaient à y gagner. Le régime avait le pouvoir de faire de l'éducation montessorienne la norme de l'éducation nationale et par conséquent, la subventionner. En contrepartie, le parti aurait une emprise directe sur l'éducation des enfants. Le *Duce* est nommé Président de l'*Œvre nationale Montessori*. Maria Montessori est nommée membre d'honneur du PNF. Mais elle se déclare apolitique et pacifiste et dit ne souhaiter que le bon développement des enfants.

Dans les écoles Montessori d'Italie, les principes de la méthode Montessori sont rapidement effacés derrière les attributs du fascisme italien. La volonté du parti s'impose par l'uniforme obligatoire, l'hymne à la jeunesse avant les leçons et les emblèmes du parti dans les livres. Maria Montessori remarque que les ambitions du dictateur n'ont rien à voir avec le développement des enfants. Elle finira, avec Mario, par démissionner de l'*Œvre nationale Montessori* en 1933 et, espionnés par le service de renseignements, ils sont contraints à prendre la fuite en Espagne. Toute trace de la pédagogie Montessori est alors effacée du territoire italien, d'autant plus que l'Allemagne nazie, alliée stratégique de Mussolini, vient d'interdire ce type d'enseignement sur son territoire.

Le chemin de la fuite les mène vers l'Espagne. Mais malheureusement, en 1936 la guerre civile entre les républicains, communistes, marxistes, anarchistes et les franquistes, les nationalistes soutenant Franco. Craignant pour leurs vies, et ruinés, ils prennent à nouveau la fuite pour l'Angleterre. Après une conférence, une disciple de Montessori, Ada Piersen, demande à ses parents l'autorisation d'héberger la pédagogue et son fils. La proposition est acceptée et ils font alors leurs valises pour les Pays-Bas, à Laren, où l'étudiante vit, comme nous l'apprend [5]. Elle vit à ce moment-là non loin d'Amsterdam, où siège l'AMI (*Association Montessori internationale*) que le journal *Le Monde* cite dans [25] comme étant un *« moyen de garder la main sur sa méthode et de coordonner son mouvement mondial à l'heure où des établissements appliquant sa méthode fonctionnent dans plusieurs dizaines de pays. »*

C'est une vie tranquille qu'elle mène aux Pays-Bas accompagnée de son fils et de ses petits-enfants. Son fils vient d'ailleurs de se séparer de sa première femme et épousera après la guerre en secondes noces Ada Piersen. Maria Montessori s'occupe de l'enseignement dans une petite école. Sa situation contraste à présent avec celle d'une Europe qui s'embrase un petit peu plus de jour en jour. Elle profite de cette accalmie dans une vie mouvementée pour répondre favorablement à une invitation venue d'Inde. Elle y part, accompagné de Mario, en octobre 1939 pour six mois. Mais la guerre, qui ne touchait encore que la Pologne, s'étend dans l'intervalle temps à toute l'Europe et la force à rester en Inde. En tant qu'Italiens dans une colonie britannique, elle et son fils sont assignés à résidence.

Au final, ce qui s'apparentait à une captivité au début devient plus agréable par la suite. L'expérience est même décrite de manière positive dans la préface de [15]. On y apprend qu'elle a enseigné aussi bien à des enfants locaux qu'à des enfants d'officiers britanniques. C'est ce qui lui a permis d'identifier des traits innés et indépendants de la culture et de l'ethnie chez l'enfant. C'est le cas par exemple pour ce qu'elle appelle les *périodes sensibles*. Elle y réalise également de plus amples observations sur le lien entre la maman et son nourrisson, comme le relate le journal *Le Monde* dans [26].

Comme sa maman, Mario a été privé de ses enfants pendant une longue période de temps. Il n'a pu revenir auprès des siens qu'en 1946, après la guerre. Lui et sa maman constatèrent avec effroi l'état dans lequel la seconde guerre mondiale a laissé l'Europe. Dans les six années qui lui restent à vivre, Maria Montessori continue à enseigner quand elle n'est pas en conférence. Elle réouvre en Italie des maisons des enfants. Plus que jamais, l'Europe a besoin de croire en l'avenir et plus précisément en leurs enfants. Elle retrouve donc une terre fertile pour y exposer l'œuvre de toute sa vie. Après le gain de l'indépendance face aux britanniques, elle retourne en Inde pour son dernier grand voyage. Elle s'éteindra des suites d'une hémorragie cérébrale à Noordwijk aan Zee, une petite ville sur le littoral néerlandais le 6 mai 1952. Dans son testament, selon les informations du journal *Le Monde* dans [27], elle délègue tous ses biens à Mario. Elle l'y reconnaît d'ailleurs pour la première fois officiellement comme son fils. Mario prit sa succession au sein de l'AMI. Il continuera ainsi l'œuvre de sa maman jusqu'à sa mort, le 10 février 1982. C'est son propre fils, Mario Jr qui lui succèdera ensuite.

6 Les principes de la méthode Montessori

Depuis la biographie ci-dessus, nous allons tirer les différents principes de la méthode Montessori.

6.1 L'environnement

La méthode Montessori prévoit d'adapter l'environnement à l'enfant. Ceci a été fait en premier dans la maison des enfants de San Lorenzo. Les enfants avaient ainsi du mobilier à leur taille, par exemple. Même l'armoire contenant le matériel sensoriel, une fois que les enfants purent choisir eux-mêmes leur activité, fut changée pour qu'elle soit plus facilement accessible aux enfants. En plus d'être accessible, l'environnement doit faciliter et encourager le travail de l'élève.

6.2 L'hygiène, la bienséance et la dignité

Il faut donner aux élèves la possibilité de développer leur dignité et leur amour propre. Pour ce faire, ils doivent avoir accès aux produits d'hygiène tels qu'un lavabo, du savon et des essuies. Il faut également veiller à ce qu'ils développent les compétences sociales adéquates pour vivre en société et adoptent les règles de bienséance. La bonne maîtrise de celles-ci conduit évidemment au renforcement de la dignité.

6.3 L'enseignement multi-sensoriel

Le premier principe de la méthode Montessori remonte à l'instant où la pédagogue travaillait en tant que médecin dans l'asile *Santa Maria della Pietà*, lorsqu'elle remarque que les enfants ont besoin d'avoir quelque chose dans les mains. La méthode Montessori prévoit ainsi une place plus importante du sens du toucher dans l'enseignement. C'est ce sens du toucher qui représente le passage vers l'abstraction. Dans [15, p. 25], elle y ajoute même :

« Nous avons constaté que les enfants montrent un grand intérêt pour les matières abstraites quand ils y arrivent à travers une activité de la main. »

Pour ce faire, on a recours au matériel sensoriel introduit par Séguin, modifié et complété par Montessori - ce matériel s'appelle désormais *Matériel sensoriel Montessori* - qui fera l'objet d'une étude plus approfondie ci-après.

6.4 L'enseignement non différencié selon les âges

À l'époque, comme aujourd'hui, la norme était de diviser les élèves en groupes d'âge. Dans la Casa dei Bambini de San Lorenzo pourtant, on trouvait une cinquantaine d'enfants de 3 à 6 voire 7 ans. Séparer les élèves selon leur âge n'est donc pas une nécessité dans la méthode Montessori.

6.5 La liberté

L'un des principes fondamentaux de la pédagogie selon Madame Montessori est le principe de liberté chez l'élève. Celle-ci est mentionnée pour la première fois lorsque, dans l'école de San Lorenzo, l'institutrice oublie de fermer l'armoire à clef. Les élèves en avaient alors profité pour prendre le matériel sensoriel et faire leurs exercices de manière autonome. De cet épisode, elle conclut que ce n'est pas par des ordres et une discipline de fer que le maître doit donner ses leçons, mais plutôt avec une attitude qui doit mettre l'enfant au premier plan :

L'enfant doit dans un premier temps développer sa volonté. Une fois que celle-ci est suffisamment certaine, on peut laisser à l'enfant le libre choix de ses activités. Maria Montessori le dit en ces termes dans [14, p. 138] : *« Le milieu doit faciliter le "libre choix". Mais il faut éviter que l'enfant perde son temps et ses énergies en suivant des préférences vagues et incertaines. »*

Par conséquent la frontière « enseignant-élève » se veut beaucoup moins importante que dans l'enseignement traditionnel, surtout compte tenu de l'époque à laquelle cette méthode est apparue. La notion de respect est primordiale dans l'approche montessorienne. *« Si nous arrivons à dire : "Ma manière d'être est respectueuse et courtoise avec les enfants, je les traite comme j'aimerais être traité", alors nous sommes certains de dominer un grand principe éducatif et nous donnons sans aucun doute "un exemple de bonne éducation" »* [18, p.112].

La liberté de l'élève ne doit pas uniquement être le libre choix du thème. Elle doit être également physique. L'élève doit ainsi pouvoir se mouvoir dans son environnement selon ses besoins.

6.6 L'autonomie

S'il faut retenir une seule phrase de toute l'œuvre de Montessori, ce serait *« Aide-moi à faire seul. »* (voir [17, p. 272]). La finalité de tout enseignement est de développer chez l'élève la capacité de faire la tâche que l'on veut lui enseigner. En l'occurrence, il faut le laisser faire ses exercices, parce que c'est à travers l'action directe (et non l'observation de l'enseignant) qu'il va acquérir les compétences souhaitées. *« [Le maître] doit guider l'enfant sans trop lui faire sentir sa présence. Il doit toujours savoir reconnaître le moment où l'enfant a besoin d'aide et ne doit jamais être un obstacle entre l'enfant et son expérience. »* [18, p.112]. L'on peut réfléchir sous forme de métaphore : Si on donne un poisson à un homme, on le nourrit pour un jour. Si au même homme, on explique comment se servir d'une canne à pêche, il sera nourri pour le reste de sa vie.

6.7 L'évaluation

À aucun moment on n'a fait part ci-dessus d'une évaluation, si ce n'est lorsque les enfants déficients ont (brillament) passé le test de fin d'études primaires. Or même dans ce cas, le test est un test d'orientation et non de formation. On peut même dire que les enfants déficients ont réussi, sans effectuer d'interrogation écrite, à rattraper les enfants qui évoluaient dans l'enseignement ordinaire et faisaient par conséquent régulièrement de telles évaluations. Les tests notés ne sont pas nécessaires dans l'enseignement montessorien.

6.8 Le public cible

Dans tout ce qui précède, on parle exclusivement d'enfants avant douze ans. Comme je vais l'exposer plus bas, Maria Montessori a tenté une approche dans [14] pour poser les fondations de l'éducation des adolescents et universitaires. Mais parmi toutes les sources que j'ai consultées, aucune ne fait état d'une expérience sur le terrain du Dr Montessori avec des élèves pubères et post-pubères. Il est donc très probable que cette tranche d'âge n'a été la cible que de réflexions de la part de la pédagogue. On peut donc dire sans être trop loin de la vérité que le public cible des méthodes Montessori est constitué des enfants pré-pubères.

7 Le matériel sensoriel Montessori

Cette partie du travail est inspirée de l'œvre [18].

7.1 Introduction

Cette partie s'inspire du chapitre *L'aide au développement intellectuel*, [18, p. 68-71]. La méthode Montessori se base sur deux piliers :

1. Fournir à l'enfant la capacité de s'orienter dans son environnement et
2. Aider l'enfant dans le cheminement mental vers le passage à l'abstraction.

Pour aider l'enfant à travers le premier point, il convient d'adapter l'environnement à l'enfant (en choisissant des objets à sa taille par exemple) et à le responsabiliser par le biais d'exercices de la vie du quotidien, tels que dresser une table, se laver les mains ou se servir des bonnes manières. Nous n'irons pas plus loin pour ce point, puisqu'il n'est pas déterminant dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques. Nous conseillons au lecteur intéressé de se référer à [18] pour plus d'informations.

C'est le deuxième point qui va particulièrement attirer notre attention. Ce n'est pas un hasard puisque l'essentiel des mathématiques se trouve dans l'abstraction. Prenons l'exemple très concret du cercle. On peut trouver d'innombrables cercles dans l'environnement. Ce sont alors des exemples concrets. Mais d'un point de vue mathématique, ils ne présentent que peu d'intérêt. On peut néanmoins les observer et les tracer sur le papier. Alors que l'objet, dans l'espace, est en trois dimensions, le tracer dans le plan revient à trouver son représentant en deux dimensions. On a ainsi fait un premier pas dans la direction de l'abstraction. D'un point de vue mathématique cette représentation est déjà plus intéressante. On peut par exemple ajouter au plan un repère cartésien et étudier les intersections de ce cercle avec une droite. On peut également tracer un triangle dont le cercle en question est le cercle inscrit ou circonscrit. Mais tous ces exercices sont graphiques et sont dès lors imprécis. Mieux vaut dès lors augmenter le niveau d'abstraction en passant à l'écriture symbolique. Nous observons dans la représentation du cercle dans le plan que le cercle de rayon $r \in \mathbb{R}$ est l'ensemble des points se situant à une distance r d'un point C donné, appelé centre. Dès lors la définition symbolique du cercle de centre C et de rayon r s'écrit :

$$\mathcal{C}_{C,r} = \{M \in \mathbb{R}^2 \mid CM = r\}.$$

Cette dernière représentation est la plus importante d'un point de vue mathématique. Elle sert en effet de pont entre la géométrie et l'algèbre. On peut ainsi par exemple calculer de manière exacte les points d'intersection de ce cercle avec une droite. Mais cette définition est très abstraite et un novice n'y reconnaîtrait pas la définition d'un cercle au premier coup d'œil. Ce que nous avons fait est exactement le cheminement mental vers le passage à l'abstraction. On peut faire de même avec bon nombre de concepts mathématiques. C'est ce qui explique pourquoi ce deuxième point est si important. Nous allons donc lui consacrer la suite de ce chapitre.

7.2 Qu'est-ce que le matériel sensoriel ?

La méthode Montessori s'adresse dans un premier temps aux enfants de moins de six ans. Il va de soi que pour ces enfants, l'abstraction à laquelle ils doivent faire face est bien différente de l'abstraction rencontrée par les élèves du lycée en mathématiques, mais elle n'en est pas plus évidente pour autant. L'exemple le plus marquant est la lecture et l'écriture. Ces enfants doivent apprendre à créer des mots et à les lire à l'aide de lettres qui n'ont à vrai dire rien à voir avec leur environnement. L'abstraction se situe dans le fait d'associer un ensemble de lettres à un élément concret de l'environnement. Au niveau des mathématiques, l'abstraction se situe avant tout dans le fait d'associer une quantité à un nombre. Ils doivent également apprendre à effectuer les quatre opérations de base et comprendre ce qu'elles représentent sur des quantités. Pour ce faire, la méthode élaborée par le Dr Montessori se repose sur un matériel appelé *matériel sensoriel*. Son objectif est de « *permettre à l'intelligence de l'enfant de s'exercer de manière systématique* »(voir [18, p. 69]). Nous verrons par la suite un exemple concret d'objets qui font partie du matériel sensoriel utilisé pour les mathématiques, comme décrit dans l'œuvre [18].

7.2.1 Les emboîtements cylindriques

Dans sa méthode, les premiers éléments du matériel sensoriel que le Dr Montessori prévoit d'introduire sont les emboîtements cylindriques, conçus pour des enfants de deux ans et demi à trois ans. Il s'agit d'un bloc de bois dans lequel est insérée une série de dix cylindres auxquels on a fixé au préalable un bouton de préhension. Il existe trois variantes de cet élément :

1. Les cylindres varient uniquement en fonction de leur diamètre,
2. les cylindres varient en fonction de leur hauteur et de leur diamètre ou
3. les cylindres varient uniquement en fonction de leur hauteur.

L'exercice consiste à sortir les cylindres un par un du bloc de bois et de les mélanger. L'enfant doit alors pour chaque cylindre retrouver la place de celui-ci dans le bloc en bois. Au-delà de l'exercice, c'est le caractère autocorrectif qui est extrêmement intéressant. En effet, si un cylindre n'est pas à sa place, soit il n'entre pas dans l'emplacement que l'enfant lui prévoyait, soit il entre mais il ne comble pas tout le volume (dans les cas où les diamètres varient) ou il dépasse du reste du bloc en hauteur (dans le cas où le diamètre ne varie pas). L'objectif de cet exercice est d'habituer la vue de l'enfant aux variations au niveau des dimensions. Il doit instinctivement commencer à comparer des grandeurs.

7.2.2 La tour Montessori, l'escalier marron et les barres rouges et bleues

La tour Montessori est à coup sûr un élément emblématique du matériel sensoriel de la méthode Montessori. Il s'agit d'une série de dix cubes en bois dont la longueur des arêtes est un nombre entier variant de $1cm$ à $10cm$. Les enfants doivent faire une tour avec les cubes en les superposant par ordre de taille du plus grand au plus petit.

L'escalier marron est un ensemble de 10 prismes carrés droits en bois dont la longueur des arêtes non adjacentes aux faces carrées vaut $20cm$. La longueur des côtés des faces carrées diminue de pièce en pièce d'$1cm$. La plus grande pièce a des faces carrées dont la longueur des cotés vaut $10cm$, contre $1cm$ pour la plus petite. Lors de cet exercice, l'enfant commence par mélanger les pièces. Il juxtaposera ensuite les pièces de manière à créer un escalier.

Les barres en bois rouges et bleues sont un ensemble de rectangles dont la longueur d'un des côtés vaut $4cm$ et dont la longueur de l'autre côté forme une suite arithmétique croissante de raison $10cm$ commençant à $10cm$ et finissant à $100cm$. Pour l'exercice, l'enfant doit mélanger les pièces. Il en prend alors deux et les compare. Son but est de les ordonner en ordre croissant ou décroissant.

Dans chacun de ces trois cas, le but est d'entraîner l'enfant à comparer deux objets et à déterminer lequel est le plus grand. Cette comparaison s'effectue par acuité visuelle et par la manipulation. Remarquons également que dans le cas de la tour Montessori, ce sont les longueurs des arêtes des cubes qui diminuent de pièce en pièce. Ainsi on observe une variation en trois dimensions. Pour l'escalier marron, c'est la longueur des côtés de la section carrée des prismes carrés droits qui diminue de pièce en pièce. On a donc une variation qui s'effectue en deux dimensions. Dans le dernier cas, celui des barres bleues et rouges, seul l'une des longueurs des rectangles varie. On en conclut donc que la variation s'effectue en une unique dimension. Notons qu'ici le matériel n'est pas doté d'un caractère autocorrectif, comme c'est le cas pour les emboîtements cylindriques. C'est de lui-même, visuellement, que l'enfant doit comprendre ses erreurs et les corriger.

Finalement, notons que les barres bleues et rouges peuvent fournir à l'enfant les premières bases de l'addition. Il remarquera par exemple qu'en plaçant la barre de $10cm$ de longueur dans le prolongement de celle de $90cm$ de longueur, il obtient une nouvelle barre dont la longueur est égale à celle de $100cm$ de longueur. En d'autres termes, une fois les onze premiers nombres naturels introduits, il est possible d'expliquer l'addition à l'élève à l'aide des barres rouges et bleues.

7.2.3 Le cabinet de géométrie

Le cabinet de géométrie est un coffret en bois possédant six tiroirs dans lesquels sont rangées différentes formes géométriques munies chacune d'un bouton de préhension. Elles sont disposées de la manière suivante, tiroir par tiroir :

1. 6 cercles de diamètres différents,
2. 1 carré et 5 rectangles possédant la même longueur mais des largeurs différentes,
3. 1 triangle équilatéral, 1 triangle isocèle, 1 triangle scalène, 1 triangle rectangle, 1 triangle obtusangle et 1 triangle acutangle,
4. 1 pentagone, 1 hexagone, 1 heptagone, 1 octogone, 1 ennéagone et 1 décagone,
5. 1 ovale, 1 ellipse, 1 losange, 1 parallélogramme, 1 trapèze, 1 trapèze rectangle et
6. 2 figures géométriques irrégulières.

On retrouve également dans ce coffret trois séries de cartes reprenant, aux mêmes dimensions, toutes les formes géométriques présentes dans le cabinet de géométrie. Ces cartes sont de la forme suivante, série par série :

1. les cartes représentent les formes géométriques remplies,
2. les cartes représentent un contour large des formes géométriques et
3. les cartes représentent le contour « usuel » des formes géométriques.

Les activités que l'on peut faire avec ce coffret sont multiples. Nous n'allons ici qu'en citer quelques-unes. Tout d'abord, à l'image des emboîtements cylindriques, on peut se servir du coffret comme d'un puzzle. L'élève sort les pièces (ou seulement certaines si l'on n'étudie que le triangle par exemple), les mélange et tente de retrouver leur véritable place. Cet exercice présente à nouveau un caractère autocorrectif. En effet, l'élève sait qu'il se trompe si la pièce ne rentre pas à la place qu'il souhaitait.

Une deuxième possibilité est de battre les cartes d'une série et d'en disposer un certain nombre sur la table. L'élève doit alors trouver pour chaque carte la forme géométrique du coffret correspondant. Une fois la forme géométrique prise, l'élève vérifie s'il a fait le bon choix en déposant la forme sur la carte correspondante. Si elle épouse parfaitement la forme du tracé de la carte, il a fait le bon choix, sinon il s'est trompé.

Un autre exercice est un jeu de rapidité qui se joue en 1 contre 1. L'enseignant prend le rôle d'arbitre et retourne une carte. Les deux élèves qui s'opposent doivent alors prendre la forme géométrique du coffret correspondant à la carte en question. Dès que le premier élève a choisi une forme, le jeu s'arrête. On vérifie alors si l'élève a fait le bon choix. Si oui, il gagne un point, sinon il perd un point. L'élève avec le plus de points remporte la partie.

Comme mentionné ci-dessus, il existe une multitude d'activités ludiques et didactiquement intéressantes à faire avec ce coffret. Mais toutes suivent plus ou moins le même objectif : acheminer l'enfant du concret, à savoir la forme géométrique qui se trouve dans le coffret, vers l'abstrait, à savoir la représentation de la figure géométrique sur la carte de la dernière série, qui est exactement la méthode dont on représente ces formes en deux dimensions. L'activité du puzzle quant à elle suit l'objectif d'entraîner la distinction visuelle des formes géométriques chez l'enfant et de le laisser faire l'expérience de ces formes grâce au toucher.

7.2.4 Les solides géométriques

Le matériel sensoriel Montessori comprend également des solides géométriques en bois, à savoir une sphère, un cube, un pavé, une pyramide, un cône et un cylindre. Maria Montessori conseille aux enseignants de laisser les enfants toucher ces solides les yeux fermés. On peut également faire remarquer aux élèves les différences entre les solides en les faisant rouler. Un exercice intéressant consiste à demander aux enfants de trouver des objets du quotidien possédant cette forme. Le but est d'habituer l'œil et les mains de l'enfant aux solides de manière à leur permettre de les reconnaître dans leur environnement.

7.2.5 La boîte des fuseaux

Le dernier objet du matériel sensoriel Montessori que nous allons présenter ici est la boîte des fuseaux. Il s'agit d'une boîte en bois divisée en dix compartiments. Le premier compartiment correspond au nombre 0, le deuxième au nombre 1 et ainsi de suite jusqu'au dixième qui correspond au nombre 9. Avec cette boîte sont fournis 45 fuseaux. L'un des exercices que l'on peut faire avec cet objet est de sortir tous les fuseaux de la boîte et de demander à l'enfant de mettre dans chaque compartiment le nombre de fuseaux correspondant au nombre associé au compartiment. Cela doit permettre à l'enfant de faire le lien entre la quantité (concret) et le nombre qui lui est associé (abstrait). Cette boîte peut également servir à l'introduction des opérations élémentaires. On peut par exemple donner 4 fuseaux à l'élève et lui dire d'en prendre trois de plus. Il doit ensuite ranger tous ses fuseaux dans le compartiment correspondant à leur quantité. On peut rééditer l'exercice avec les autres opérations, veillant néanmoins à ce que les quantités utilisées et obtenues soient comprises entre 0 et 9.

7.3 Synthèse

Nous allons maintenant comparer tous les composants du matériel sensoriel Montessori. La caractéristique commune qui saute aux yeux est la matière. En effet, tous ces objets sont systématiquement en bois. Une table de multiplication en plastique par exemple, de part sa composition, ne pourrait pas faire partie du matériel. De plus, tous les objets que nous avons présentés dans cette section s'adressent à deux sens, à savoir la vue et le touché. Un tableau noir ne peut donc pas être un matériel Montessori. D'ailleurs, tous ces objets doivent être manipulés directement par les enfants et non par l'enseignant, ce qui implique que tous ces objets doivent être individuels. Ensuite, lors de la manipulation du matériel, on remarque que la liberté de celui qui en fait usage est primordiale. Cela se remarque tout d'abord dans la correction. Certains éléments ont un caractère autocorrectif inné, à l'image des emboîtements cylindriques, mais ce n'est pas systématique. En revanche, les exercices que fait l'enfant doivent l'amener à affiner ses sens, c'est à dire catégoriser ses sens et les rendre plus réactifs. Cela lui permet de s'autocorriger lorsque l'exercice n'a pas un tel caractère. Finalement, les exercices que l'on peut réaliser à l'aide de ce matériel ont pour but d'analyser les qualités d'un objet concret afin de le représenter de manière abstraite. Le but du « *cheminement mental vers le passage à l'abstraction* »[18, p.68] est ainsi toujours clairement visible.

8 La fonction de l'enseignant dans une *classe Montessori*

Cette section s'inspire à nouveau de [18]

Lorsqu'il s'agit d'introduire un nouveau concept, Maria Montessori suggère de procéder par une leçon en trois temps. Ces trois étapes sont données par :

1. L'enseignant introduit le nom du concept et demande aux élèves à plusieurs reprises de le répéter. L'enseignant cherche alors d'autres représentants de ce concept et demande systématiquement

aux élèves de les nommer.

2. L'enseignant propose à l'élève plusieurs concepts similaires. L'élève doit choisir celui que l'enseignant vient d'introduire.
3. L'enseignant laisse l'élève se déplacer librement dans son environnement dans le but de repérer des éléments qui représentent le concept introduit par l'enseignant.

Le but de ces leçons en trois temps est que les élèves acquièrent une idée claire et distincte du concept en question. En d'autres termes, l'élève doit apprendre à connaître les caractéristiques du concept et il doit apprendre à le différencier d'autres concepts. Nous allons donner ici trois exemples concrets décrivant trois niveaux d'abstraction totalement différents.

Exemple 1 : Le nombre 8

Dans une classe de maternelle, l'enseignant cherche à faire apprendre aux élèves le nombre 8. À l'aide de la boîte des fuseaux, il fait associer dans l'esprit des élèves le nombre 8 à la quantité de 8 choses. L'enseignant montre alors différents numéros dont l'un d'entre eux est le numéro 8 et il demande aux élèves de retrouver ce numéro. Il fait de même avec les quantités en faisant par exemple trois tas de fuseaux, à savoir un de 2 fuseaux, un de 4 fuseaux et un de 8 fuseaux. L'élève doit alors trouver le tas qui correspond à la quantité 8. Pour la dernière partie de la leçon en trois temps, l'enseignant laisse les élèves se mouvoir librement dans la salle de classe. Ils doivent soit trouver des nombres 8, soit prendre huit objets identiques, comme par exemple 8 paires de ciseaux.

Exemple 2 : L'angle droit

Dans une classe de primaire, l'enseignant introduit la notion d'angle droit. Il montre aux élèves comment construire un angle droit à l'aide de l'équerre et comment en reconnaître un, toujours à l'aide de l'équerre. Il trace différents angles droits au tableau et demande continuellement aux élèves de donner le nom de l'angle. Une fois que les élèves semblent avoir compris ce qu'était un angle droit et comment le construire, l'enseignant dessine plusieurs angles au tableau dont un est un angle droit. Les élèves doivent dire lequel de ces angles est un angle droit. Quand la majorité de la classe est capable de répondre à ces questions sans se tromper, l'enseignant demande aux élèves de se déplacer librement à travers la salle de classe et de trouver différents angles droits.

Exemple 3 : Les tangentes

Dans une classe du lycée, l'enseignant souhaite introduire le concept des dérivés. Pour ce faire, il introduit d'abord le concept de tangente à une courbe en généralisant celui de tangente à un cercle. Dans un premier temps, l'enseignant dessine une courbe au tableau et trace différentes tangentes, demandant systématiquement aux élèves de donner la relation de la droite avec les courbes. Il dessine ensuite une nouvelle courbe au tableau et trace plusieurs droites dont l'une est une tangente à la courbe. Les élèves doivent alors dire laquelle de ces droites est une tangente à la courbe. Finalement, l'enseignant munit chaque élève d'une ficelle. Les élèves doivent se déplacer dans la salle de classe, trouver des objets qui ont la forme d'une courbe et ils doivent positionner la ficelle de manière à ce qu'elle représente une tangente à la courbe qu'ils ont choisie.

9 L'état actuel des recherches

9.1 Études sur la méthode Montessori en général

Faire des recherches fiables sur l'influence de la méthode Montessori sur les performances cognitives des enfants est très compliqué à réaliser. Il existe en effet de multiples facteurs autres que le type d'enseignement qui influent sur les performances cognitives chez l'enfant. L'étude [20] montre que les performances scolaires de l'enfant sont directement influencées par le comportement des parents vis à vis de l'enfant. Il est fort peu probable que des parents qui ne se soucient pas de l'éducation de leurs enfants inscrivent ceux-ci dans une école montessorienne. Ainsi les échantillons du groupe *Montessori* et du groupe contrôle ne différeront pas uniquement dans le type d'enseignement mais également dans l'influence parentale. Il sera dès lors impossible d'isoler l'influence de la méthode Montessori sur les performances cognitives. Les écoles qui suivent les principes d'éducation de Maria Montessori sont également en règle générale des écoles privées. Ainsi, les enfants qui fréquentent ce type d'établissement sont généralement issus d'un milieu socio-économique favorisé. Mais, même dans le secteur publique, les élèves qui fréquentent une école Montessori ne sont pas représentatifs pour l'ensemble du spectre socio-économique, comme le montre [3] pour les États-Unis. Or aussi bien au Luxembourg (voir [12, p. 9]) qu'à l'étranger (voir [19, p. 211-252]) le statut socio-économique de la famille dans laquelle vit l'enfant a une importance sur les résultats scolaires de ce dernier. On ne peut plus se baser aveuglément sur les observations du docteur Montessori non plus. Elles sont désormais vieilles de 115 ans et la société a fondamentalement changé depuis, marquée par deux guerres mondiales et une révolution dans le domaine de la communication. Il est également à noter qu'il n'existe aucun brevet sur la méthode Montessori, comme nous l'apprend [2, p. 37] : *« Because the Montessori name was in the public domain (it could not be copyrighted or patented), any school, regardless of its practices, could call itself a Montessori program. »*

En d'autres termes, tout et n'importe quoi peut se revendiquer être *montessorien.* Il suffit pour cela de jeter un œil sur un site de ventes en ligne. En encodant *Montessori* dans la barre de recherche, on trouvera d'innombrables objets qui s'autoproclameront être en rapport avec la méthode de la pédagogue. Pourtant, souvent, ces objets n'ont absolument rien à voir cette philosophie didactique. Pire encore, certains termes ont été vidés de leur substance d'origine, à l'image de la *Tour Montessori* qui dans l'imaginaire collectif ne correspond plus aux cubes rouges dont la longueur des arêtes décroît, mais à une chaise pour enfant.

Malheureusement, cela ne s'arrête pas aux jouets. Une école peut s'autoproclamer *École Montessori* sans devoir se conformer au moindre principe de la méthode. Il existe néanmoins un garde-fou, à savoir l'*Association Montessori internationale* que j'ai déjà mentionnée dans la biographie. Certes cette association ne peut pas légalement faire enlever aux écoles concernées leurs titres, par contre elle évalue les différentes écoles selon leur niveau d'application de la doctrine et reconnaît les écoles qui en sont les plus proches. Elle organise également la formation des enseignants qui peuvent recevoir un label Éducateur/Éducatrice AMI. L'AMI possède diverses branches dans divers pays, dont les États-Unis.

Dans ce contexte compliqué, Angeline Lillard et Nicole Else-Quest dans [10] ont réussi à effectuer une étude comprenant deux échantillons homogènes. Pour ce faire, elles ont choisi comme sujet l'école Montessori de Milwaukee, reconnue par la brache US de l'AMI, dans le Wisconsin. Cette école reçoit plus de demandes d'inscription qu'elle n'a de places. Elle effectue donc une loterie lors de laquelle seuls les enfants tirés au sort sont admis dans l'école. De cette manière, il n'existait pas de différences fondamentales (aussi bien d'un point de vue socio-économique que d'un point de vue de l'influence parentale) entre les enfants du groupe Montessori et ceux du groupe contrôle. Un inconvénient de ce procédé était néanmoins le nombre limité de participants. On dénombrait 59 élèves dans le groupe Montessori et 53 élèves dans le groupe de contrôle. Angeline Lillard et Nicole Else-Quest ont évalué des enfants âgés de 5 ans et des enfants âgés de 12 ans.

Les enfants de 5 ans ont été évalués via des tests standardisés sur leurs connaissances académiques (langues et mathématiques) et sur la résolution de problèmes d'ordre social. Les élèves du groupe Montessori reconnaissaient plus facilement les lettres de l'alphabet, lisaient plus facilement des mots simples et parvenaient plus aisément à décomposer des mots en leurs syllables que les élèves du groupe de contrôle. Le groupe Montessori montrait également un meilleur niveau dans la résolution de problèmes élémentaires en mathématiques. Lillard et Else-Quest ne notaient par contre aucune différence significative dans le vocabulaire, dans le niveau de réflexion, dans le raisonnement spatial ainsi que dans la capacité à dégager des caractéristiques communes à un groupe d'objets pour en comprendre le concept sous-jacent.

Les élèves du groupe Montessori performaient mieux dans les exercices demandant à trier les cartes selon des critères qu'ils devaient eux-mêmes déterminer. Par contre elles ne remarquaient aucune différence dans la gratification différée.

Dans le domaine comportemental et social, on remarquait que les enfants du groupe Montessori avaient un sentiment de justice plus développé. Des observations dans la cour de récréation montraient également que les enfants du groupe Montessori jouaient à des jeux moins brutaux et plus positifs et constructifs que les enfants du groupe de contrôle.

Les enfants de 12 ans ont dû écrire une courte rédaction. L'étude a révélé que les élèves du groupe Montessori faisaient preuve de plus de créativité et de structures de phrases plus complexes que leurs homologues du groupe de contrôle. La ponctuation et l'orthographe étaient par contre similaire au sein des deux groupes. À l'inverse du groupe d'élèves de 5 ans, on ne notait aucune différence significative dans les autres tests de performances académiques pour lesquels ceux-ci ont été testés. L'une des possibles explications pour cela peut, selon les deux titulaires de l'étude, résider dans le fait que l'école n'avait que trois années d'existence lorsqu'ils s'y sont inscrits. Le niveau de l'enseignement n'avait donc peut-être pas encore atteint celui auquel le groupe d'élèves de 5 ans ont eu droit.

D'un point de vue social, par contre, les élèves de l'école Montessori se montraient plus aptes à apporter des réponses positives, basées sur le dialogue, à des différents du quotidien. Ils avaient également développé un meilleur esprit de groupe.

Dans l'ensemble, on remarque que la méthode Montessori produit dans certains domaines les mêmes résultats que l'éducation traditionnelle. Dans d'autres, par contre, elle offre des avantages significatifs. Dans aucun cas, elle ne se montrait désavantageuse. Il faut néanmoins rester prudent avec ces conclusions étant donné l'échantillon très réduit qu'Angeline Lillard et Nicole Else-Quest avaient à disposition. Il faut également mentionner que rien ne nous prouve que ce résultat ne soit pas uniquement propre à l'école Montessori de Milwaukee.

Cette étude [10] est citée dans l'article [13] de Chloë Marshall comme étant *« the most robust evaluation of the Montessori method to date. »* C'est pourquoi j'ai pris la peine de la détailler. La deuxième partie de l'article [13] de Chloë Marshall est à vrai dire un recueil des différentes études, de leurs forces et de leurs faiblesses, qui ont été menées au sujet des écoles Montessori. Elle cite également l'étude [4] qui pour nous sera de première importance puisqu'elle parle en détail de l'étude des mathématiques dans les classes montessoriennes.

L'étude [4] a de nouveau comme épicentre la ville Milwaukee, dans le Wisconsin, aux États-Unis d'Amérique. Elle compare les résultats scolaires de deux groupes d'élèves qui ont obtenu leurs diplômes de fin de secondaire à l'école publique de Milwaukee entre 1997 et 2001. Le premier groupe est constitué d'élèves qui avaient fréquenté une école montessorienne de 3 à 11 ans environ (de la maternelle à l'équivalent de notre cinquième primaire). Comme groupe de contrôle, on a pris un groupe d'élèves n'ayant jamais fréquenté ce type d'établissement, mais ayant des caractéristiques ethniques et socioculturelles équivalentes au groupe montessorien.

Cette étude a montré que dans l'ensemble, les performances des deux groupes étaient équivalentes. Dans le domaine des mathématiques et des sciences en général, on remarquait pourtant un véritable avantage dans le groupe Montessori. Pour expliquer ces différences dans les sciences, mais ces équivalences dans les langues, les auteurs de l'étude proposent plusieurs pistes :

- la place bien plus importante laissée aux sciences dans les classes montessoriennes,
- l'aide que peuvent apporter les parents des élèves dans les cours de langue, mais pas (ou moins bien) dans les cours de science, ou
- le matériel sensoriel.

Il serait donc intéressant de se pencher davantage sur le matériel sensoriel en lui-même. Avant de mentionner des études qui tendraient à montrer le côté nécessaire du matériel, commençons par citer l'étude [11] qui tente d'en montrer le côté suffisant.

Dans une école Montessori, 52 enfants de 3 à 6 ans sont répartis dans trois salles de classe. Celles-ci comprennent le matériel sensoriel Montessori ainsi que certains autres objets tels qu'un panier de coccinelles sensé fournir une aide à l'apprentissage des nombres, des puzzles ou encore une poupée. Avant de commencer l'étude, chaque enfant a participé à une série de six prétests pour qu'on évalue son niveau. Ensuite, dans deux des trois salles de classe, on a progressivement enlevé tous les objets qui ne font pas partie du matériel sensoriel, tel que décrit par Maria Montessori dans [18]. La troisième salle de classe restait quant à elle inchangée. Après quatre mois, les élèves ont fait de nouveaux tests pour qu'on puisse évaluer leur progrès. Angeline Lillard et Megan Heise ont alors constaté que les élèves dans les salles de classe ne contenant plus que le matériel sensoriel Montessori avaient fait de bien meilleurs progrès dans le domaine de l'éveil à la lecture, des fonctions exécutives et des mathématiques élémentaires. Aucune différence significative entre les deux groupes n'était par contre observée dans le vocabulaire, les compétences sociales et les compétences de résolution de problèmes.

Cette étude semble ainsi indiquer que (pour les élèves de 3 à 6 ans) le matériel sensoriel est suffisant et ajouter dans la salle de classe d'autres jeux (même pédagogiques) peut être contre-productif. En d'autres termes il est légitime de penser que, pour cette tranche d'âge, le matériel sensoriel est suffisant pour assurer le progrès des enfants.

9.2 Études sur certaines caractéristiques de la méthode Montessori

La finalité de la méthode est, d'un point de vue académique, l'acquisition de compétences et de savoirs qui resteront ancrés dans la mémoire des élèves. À ce sujet, Marcus Hasselhorn et Willi Hager écrivaient dans [21, p. 341] : *« Denn nur noch nach einiger Zeit nachweisbare Verbesserungen lassen sich im Sinne von Kompetenzsteigerungen interpretieren. »* Nous devons ainsi utiliser des stratégies métacognitives, c'est-à-dire des stratégies pour développer la cognition de l'élève (pour davantage de détails, voir [21, p. 480-485]), dans le but de graver le contenu du cours dans la mémoire de celui-ci.

Il est donc intéressant de faire une courte excursion dans le domaine de la mémoire et d'analyser les différents types de savoirs.

9.2.1 Excursion : Les différents types de mémoires et de savoirs

La source [7, p. 113-135] nous explique en détail comment la mémoire fonctionne et comment on catégorise actuellement le savoir. C'est de cette source que je me suis intégralement inspiré pour cette partie.

Commençons par les différents types de mémoires. Selon [7, p. 120-125], il en existe 3, à savoir :

- la mémoire iconique,
- la mémoire à court terme et
- la mémoire à long terme.

La mémoire iconique est métaphoriquement la photocopieuse de nos sens. Elle s'imprègne immédiatement de ce que nous voyons, sentons, goûtons, touchons et entendons. Elle a une espérance de vie d'environ 3 secondes. La mémoire à court terme est celle qu'on utilise quand on veut mémoriser un numéro de téléphone. C'est là que le cerveau décide si l'information parviendra ou non à la mémoire à long terme. Celle-ci représente les archives de notre mémoire. On y stocke toutes les informations que le cerveau juge importantes.

En tant qu'enseignant, notre but est que le sujet du cours parvienne à la mémoire à long terme de l'élève. Pour y parvenir, il existe différentes stratégies selon le type de savoir que l'on veut enseigner.

Les différents types de savoir énumérés dans [7, p. 126-135] sont :

- la reconnaissance sensorielle,
- les chaînes,
- les idées,
- les schémas,
- les modèles mentaux et
- le savoir procédural.

La reconnaissance sensorielle est le savoir qui découle immédiatement de nos sens. Reconnaître des formes géométriques et estimer des distances, par exemple, font partie de la reconnaissance sensorielle. Pour gagner ce savoir, il faut développer ses sens. Des exercices de graduation sensorielle (trier des objets selon leur grandeur par exemple) auront un effet bénéfique.

Les chaînes, on les retrouve dans les numéros de téléphone ou dans l'orthographe des mots. Pour apprendre une chaîne, il est conseillé de l'écrire et de la répéter.

Les idées forment le type de savoir le plus important d'un point de vue mathématique. C'est ce qu'on appelle, au niveau universitaire une proposition, c'est-à-dire une assertion que l'on sait vraie. Pour apprendre une idée, il est conseillé de faire appel au savoir antérieur pour apprendre pourquoi l'assertion est vraie.

Les schémas sont, métaphoriquement, des cartes qui rassemblent les différentes idées et les lient entre elles. Ils donnent une vue d'ensemble d'un point de matière. Pour apprendre des schémas, il faut avant tout de l'expérience, acquise à travers des réflexions parfois justes, parfois fausses mais redressées.

L'ensemble des différents schémas d'une matière forme un modèle mental. Celui-ci permet la résolution de problèmes hypothétiques, telles que *« Que faudrait-il faire si ... ? »* On ne sait quasiment rien sur la manière d'apprendre à former des modèles mentaux.

Le savoir procédural est constitué des procédures qu'il faut appliquer quand l'on veut résoudre certains problèmes. L'exemple typique est la résolution d'équations en mathématiques. Pour que l'élève développe un savoir procédural, il faut qu'il fasse des exercices, des exercices et encore des exercices. Il est conseillé de faire un premier exemple en plénum et ensuite de laisser les élèves travailler seuls sur les exemples suivants. Pendant ce temps, il faut éviter de les guider pas à pas. Ils doivent les faire seuls. Une fois l'exercice fait, l'enseignant doit donner à l'élève un feedback.

9.2.2 Pourquoi la méthode Montessori pourrait-elle être avantageuse ?

Dans cette partie, nous allons tenter d'expliquer quelle action la méthode Montessori pourrait avoir sur l'acquisition des différents types de savoir. Nous allons ainsi passer en revue les points travaillés dans l'excursion ci-dessus.

- La reconnaissance sensorielle : Clairement, sur ce point, la méthode Montessori doit avoir une influence. À travers le matériel sensoriel, l'on procède à un développement systématique des sens de l'enfant.
- Les chaînes : Pour apprendre les chaînes, il ne devrait pas exister d'avantage direct à utiliser la méthode Montessori.
- Les idées : Pour apprendre les idées, il ne devrait pas exister d'avantage direct à utiliser la

méthode Montessori.

- Les schémas : Comme déjà mentionné plus haut, la capacité de développer le savoir d'un schéma découle avant tout de l'expérience et plus précisément des réflexions parfois vraies et parfois fausses que l'enfant peut faire. Dans un enseignement traditionnel, avec un cours dont le développement se fait de manière interrogative, on sait que l'élève interrogé qui donne la réponse attendue a fait la réflexion qu'on attendait de lui. Mais qu'en est-il des autres ? On doit essayer de le deviner, ce qui peut être très difficile. Dans le cas d'un système de cours promouvant l'autonomie, comme la méthode Montessori, le mot d'ordre est d'aider les élèves à faire tous, individuellement, la réflexion souhaitée. De cette manière on aide, du moins en théorie, tous les élèves à acquérir le savoir d'un schéma.
- Les modèles mentaux : Comme on ne sait pas vraiment décrire comment l'élève peut acquérir le savoir d'un modèle mental, on ne peut pas dire quel impact un enseignement type Montessori aurait dans ce domaine.
- Le savoir procédural : Pour développer le travail procédural, il faut utiliser la procédure encore, encore et encore. L'autonomie prévue dans la méthode Montessori est donc un véritable plus.

9.2.3 La recherche à proprement parler

Pour celui qui recherche des études dans le domaine de la didactique, [7] est une véritable mine d'or. Ce livre reprend un grand nombre d'études dans les différents domaines qu'il comprend et en fait une synthèse. Nous allons ici nous concentrer sur le chapitre 13 qui nous explique comment on acquiert du savoir ([7, p. 113-125]). Les sources sur lesquels ce chapitre se base sont à retrouver sur [7, p. 135].

L'information la plus intéressante de notre point de vue est la suivante :

« Laboratory studies reveal that we all learn well when inputs we experience are multi-modal or conveyed through different medias. » - [7, p. 115]

Or, c'est exactement le rôle que remplit le matériel sensoriel. Prenons en effet l'exemple des triangles. Avec le cabinet géométrique, l'enfant a un premier contact avec les triangles par le sens de la vue et du toucher. Quand il s'agira de se rappeler les noms des différents triangles, selon la synthèse faite par John Hattie, l'enfant qui aura pu faire l'expérience des différents triangles avec le sens du toucher aura un avantage certain sur l'enfant qui n'a pu qu'en faire l'expérience avec son sens de la vue.

Ce constat est d'ailleurs confirmé explicitement pour le domaine des mathématiques dans [1]. Cette source parle de l'importance de la manipulation pour l'apprentissage de concepts mathématiques. Par le terme *manipulation*, l'auteur C. Berdonneau parle d'activités réfléchies et faites dans un certain but que les enfants font avec des objets dont les dimensions sont petites par rapport à la leur taille (idéalement, il doit pouvoir les prendre en main et en modifier la position et la direction). Outre l'avantage dans la différenciation (parce que tout le monde peut évoluer à son propre rythme lorsqu'on manipule des objets individuels) et l'avantage que la manipulation matérielle offre aux enfants ayant des difficultés dans la langue véhiculaire du cours (parce que l'on peut se faire une idée d'un concept de manière non verbale), [1] cite également la nécessité de prendre ses distances du crayon et du papier. En effet, les représentations graphiques prennent du temps à réaliser, ce qui peut considérablement réduire le nombre d'exercices qui peuvent être faits en une heure de cours. De plus, les représentations graphiques faites avec le papier et le crayon sont figées et lorsqu'il s'agit de représenter graphiquement un objet en 3 dimensions, on se heurte à une série de contraintes qui peuvent rendre ambigu l'objet à étudier. Le contraste est donc total avec les objets à manipuler qui peuvent être déplacés et orientés de la manière souhaitée. Ainsi, on peut matérialiser ses raisonnements. Imaginons par exemple qu'on cherche à calculer la longueur de la diagonale d'un pavé droit. Le pavé peut être matérialisé par une boîte à chaussures et la diagonale par une ficelle. L'élève peut alors plus facilement visualiser le problème et matérialiser ses raisonnements en traçant sur la boîte les segments dont il doit calculer les longueurs pour pouvoir trouver celle de la ficelle. Si l'élève éprouve des difficultés, il peut d'ailleurs se remettre sur la voie en observant son voisin ce qui l'aidera à se représenter mentalement la tâche qu'il doit réaliser.

Ceci explique en quoi le matériel sensoriel facilite l'apprentissage. Il permet de développer des concepts mathématiques par le toucher, comme lors de l'exemple du cabinet géométrique déjà mentionné ci-dessus.

D'autres aspects de la méthode Montessori ont été sujets d'études approfondies. La manière d'apprendre à écrire et à lire décrite dans [18, p. 112-126] ont une influence positive sur les performances de l'enfant dans ces domaines à en croire les études [8] et [29]. Je ne vais pas approfondir ces points ici. J'invite donc le lecteur intéressé à consulter les sources en question.

Toutes ces recherches sont encourageantes et il est donc tout à fait pertinent de se demander comment transposer les principes de la méthode Montessori au niveau du lycée. Comme déjà annoncé en préambule, nous nous intéresserons désormais exclusivement au domaine des mathématiques.

10 Comment transposer la méthode Montessori aux mathématiques du lycée ?

10.1 L'approche de Maria Montessori

Dans [14], Maria Montessori tente une première approche pour transposer ses principes aux adolescents et aux universitaires. Nous n'allons pas suivre à la lettre les idées de la pédagogue, parce qu'elles sont incompatibles avec la forme actuelle du lycée. En effet, il faudrait réformer les établissements et le rythme scolaires de fond en comble. Son idée est de créer une société à part entière. Celle-ci pourrait avoir une composante rurale, où les adolescents travailleraient la terre et vendraient leurs récoltes dans un établissement qu'ils gèreraient. L'exemple que l'on vient de donner avec l'agriculture peut se conjuguer dans d'autres secteurs, comme celui de l'hôtellerie. Le but est que chaque individu comprenne le sens du mot société et apprenne à y trouver sa place. Les vacances scolaires seraient d'ailleurs, selon ce modèle, supprimées.

Appliquer les idées de Maria Montessori pour le lycée à la lettre est donc irréalisable si l'on ne veut pas briser le curriculum établi. Mais certaines considérations de [14] sont malgré tout très intéressantes :

- *« Les meilleures méthodes sont celles qui suscitent le maximum d'intérêt chez l'élève, qui lui apportent la possibilité de travailler seul, de faire lui-même ses expériences, et qui permettent d'alterner les études avec la vie pratique. »* - [14, p. 150]
- *« (...) le seul guide sûr pour l'éducation, c'est la personnalité même des enfants à éduquer. »* - [14, p. 115]
- *« L'adolescence se caractérise par un état d'expectative, par une préférence pour les travaux de création, par un besoin de fortifier la confiance en soi. »* - [14, p. 120]
- *« [Les connaissances] ne doivent plus être purement sensibles ; il faut maintenant que l'enfant ait constamment recours à son imagination. »* - [14, p. 48]
- *« Le milieu doit faciliter le "libre choix". Mais il faut éviter que l'enfant perde son temps et ses énergies en suivant des préférences vagues et incertaines. »* - [14, p. 138]
- *« La nature devait constituer l'intérêt prépondérant chez l'enfant jusqu'à 12 ans ; après 12 ans , il nous faut développer chez lui le sentiment de la société qui doit contribuer à amener plus de compréhension entre les hommes et, par suite, plus d'amour. »* - [14, p. 115]

De toutes ces citations, c'est certainement la dernière qui est la plus intéressante. D'un côté elle invite les enseignants à insister sur le côté humain de chaque concept qu'ils introduisent. On peut donc expliquer l'historique du concept qu'on introduit et insister sur les femmes et les hommes qui ont contribué à l'avancée de ce concept. D'un autre côté, qui dit sentiment de société, dit impérativement travaux de groupes. Ceci va nous permettre de faire un lien avec un style d'enseignement, abrévié *SOkeL*, qui se base sur le principe du *WELL* et s'est développé ces dernières années.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons introduire les concepts de *WELL* et *SOkeL* et tenter d'en dégager des idées afin de bâtir un cours qui respecte les points énumérés au chapitre 6.

10.2 WELL - Wechselseitiges Lehren und Lernen

Le principe du *WELL* est décrit dans [31, p. 154-176]. Il s'agit de l'acronyme de *Wechselseitiges Lehren und Lernen*, ce qui peut être traduit par *enseignement et apprentissage réciproque*. L'idée fondatrice de ce principe d'éducation est de laisser les élèves apprendre une matière et les mettre ensuite en situation de l'enseigner à leurs camarades. Ce type d'enseignement présente plusieurs avantages. D'un côté, il fournit une motivation pour l'apprentissage de la nouvelle matière, parce qu'il y a moyen de briller auprès de ses camarades pendant une phase d'enseignement et à contrario, si l'élève ne travaille pas, cela a des répercussions négatives sur son environnement social, ce qui n'est pas souhaitable (voir [31, p. 173]). Mais d'un autre côté, le fait d'enseigner la matière fraîchement apprise permet de l'ancrer dans la mémoire. Une méta-analyse [28] de 64 études a été réalisée au sujet de l'enseignement coopératif, c'est-à-dire l'enseignement sous forme de travail de groupe (le type *WELL* appartient évidemment à cette catégorie). Dans 50 études, le cours coopératif a eu une influence positive sur les élèves alors que les 14 restantes n'ont montré aucune différence entre les performances des élèves ayant eu droit à un enseignement coopératif et ceux ayant eu droit à un enseignement traditionnel. Cette méta-analyse dégage 7 avantages d'un cours coopératif, comprenant les points suivants :

- Aucune étude n'a pointé une influence négative d'un enseignement coopératif.
- L'enseignement coopératif a une influence positive sur les performances de l'élève lors des sujets d'apprentissage de faible niveau cognitif (tels que des calculs simples ou l'application directe d'un principe) si les conditions suivantes sont remplies :
  1. L'enseignement se fait selon un programme clair et suit un but précis.
  2. Chaque membre a une tâche bien déterminée.
  3. Il existe une méthode d'évaluation claire et connue des élèves.
- Pour l'apprentissage de sujets avec un niveau cognitif élevé (tels qu'identifier des concepts, analyser des problèmes, faire des jugements ou évaluer) les techniques d'enseignement coopératif peu structurées offrant aux élèves une grande autonomie et leur donnant l'opportunité de prendre des décisions peuvent être plus productives que des techniques d'enseignement traditionnel.
- Les élèves des classes où l'enseignement coopératif est utilisé aiment souvent plus l'école que les élèves des classes où l'enseignement se fait de manière traditionnelle.

Il existe des exemples particuliers d'enseignements type *WELL*. Ce sont les séquences d'enseignement appelées *sandwich* dans [31] et [6]. Elles sont caractérisées par une alternance entre les phases où l'élève apprend et celles où l'élève enseigne. On citera ici le *Partnerpuzzle* (décrit précisément dans [9, p. 38-47]) et le *Gruppenpuzzle* (décrit précisément dans [9, p. 49-56]).

Pour réaliser un *Gruppenpuzzle* avec ses élèves, l'enseignant divise la matière qu'il veut traiter dans sa classe en trois parties. Les élèves doivent être répartis (ou se répartissent) en groupes de 3 (voire 4) éléments. Ces groupes sont appelés groupes de base. Dans chaque groupe de base, les élèves se répartissent les 3 points de matière (pour les groupes avec 4 éléments, on donnera un même sujet à un élève plus faible et un élève plus fort). Ensuite, vient une séquence de travail individuel. Chacun travaille sur la matière qui lui a été attribuée. Tous les élèves qui ont le même point de matière se réunissent ensuite et se divisent en groupes de 3 (voire 4). Dans ces groupes, appelés groupes d'experts, ils mettent en commun leurs résultats. Ensuite vient une nouvelle phase de travail individuel dans laquelle chaque élève s'assure avoir compris et savoir expliquer ce qui a été discuté dans le groupe d'experts. Pour finir, tous les élèves retournent dans leur groupe de base, s'expliquent mutuellement la matière et se posent des questions pour s'assurer de la bonne compréhension de tout le monde. Le *Gruppenpuzzle* peut ensuite être complété par une séance de redressement en plénum.

Le *Partnerpuzzle* est simplement un *Gruppenpuzzle* dans lequel les groupes de base sont constitués de deux éléments.

On citera également dans les méthodes d'enseignement type *WELL* la méthode du réseau décrite dans [31, p. 296]. Avant la leçon, l'enseignant a préparé des cartes comprenant les thèmes centraux du cours. Les élèves sont répartis dans plusieurs groupes. Au sein d'un groupe, on distribue les cartes. Les élèves prennent connaissances des termes qui leur sont attribués et individuellement, ils se préparent à les enseigner. Une fois la phase individuelle terminée, les élèves reviennent en groupe. L'un d'entre eux commence et explique son terme. Ensuite, un élève qui voit un lien explicite entre le terme qui vient d'être présenté et l'un des siens prend la parole, décrit le terme en question et explique en quoi celui-ci est lié à celui présenté précédemment. L'élève qui voit un lien entre l'un de ses termes et celui qui vient d'être présenté prend la parole à son tour et le processus continue jusqu'à l'épuisement de tous les termes.

10.3 SOkeL - Selbstorganisiertes und kompetenzorientiertes Lernen

« Um aber das Wissen erarbeiten zu können, müssen die Lernenden "können". (...) Aber spätestens jetzt wird klar, dass den Schülern ein anderes Unterrichtssetting geboten werden muss : eines in dem alle (!) aktiv und möglichst permanent lernhandelnd werden können. » - [6, p. 13]

C'est certainement la phrase qui résume le mieux l'œuvre d'Ulrich Haas. Comme le dit le nom, le principe *SOkeL* est de mettre l'élève au centre du processus d'apprentissage et d'améliorer ses compétences. Il est très important de ne pas confondre *compétence* et *savoir*. Les deux sont d'une manière corrélés, parce que celui qui n'a pas un certain savoir ne peut pas développer de compétence sous-jacente. Là où les deux termes s'éloignent, c'est dans le cas d'une personne qui a un certain savoir mais qui ne sait pas s'en servir. Cette personne a évidemment le savoir, mais pas la compétence sous-jacente. En d'autres termes, la compétence découle de la performance et demande dès lors, à la différence du savoir, une action. Pour développer les compétences de l'élève, il faut dès lors faire en sorte qu'il passe à l'action. C'est ce qui est décrit dans [6, p. 197].

Là où le marché du travail demande de plus en plus de compétences (telles que l'esprit d'équipe, la capacité de prendre des initiatives ou encore la responsabilité), l'école est restée fidèle à la structure qu'on lui connaît depuis le début de la révolution industrielle et se contente avant tout d'apporter du savoir aux élèves. Il y a donc à présent un fossé grandissant entre l'école et le marché du travail. C'est ce qui est expliqué dans [6, p. 188].

Le but est donc de remédier à cette constatation. Or ceci ne peut pas se faire par le biais du développement interrogatif classique. En effet, dans ce type de cours, on n'a qu'une seule certitude, à savoir, l'élève qui a bien répondu connaît la réponse. Qu'en est-il des autres ? Ont-ils pu suivre ? Sont-ils capables de raisonner de la même manière ? Si la réponse est non, ils pourront quand même réussir le cours en apprenant plus ou moins par cœur ce qui sera écrit dans leur cahier, mais aucune compétence ne sera bâtie.

Il faut donc une utiliser une autre technique d'enseignement pour atteindre ce but. Le type *WELL* semble taillé pour. En effet, il oblige chaque élève à se confronter à la matière sous peine de ne pas pouvoir l'expliquer derrière et de mettre ses camarades dans de mauvaises disposition, ce qui aurait un impact social non-négligeable sur lui. Mais, et j'en ai fait l'expérience lors de mon stage au Lycée du Nord de Wiltz, mettre en place un cours typé *WELL* (et donc développer un cours selon *SOkeL*) n'est pas aisé. La situation est d'ailleurs très bien écrite dans [6, p. 54] :

« Schüler sind es meist gewöhnt, sich nicht selbst anstrengen zu müssen. Wenn sie es dann aber wollen, fehlen ihnen weitgehend die Lernkompetenzen dazu. »

Il est donc conseillé de procéder graduellement, en commençant par un jeu de cartes comprenant les différents termes vus en cours (voir [6, p. 15-19]). L'élève doit alors séparer les cartes en un tas *« Je connais ! »* et un tas *« Je ne connais pas ! »*. Ensuite les élèves tentent de trouver des camarades qui pourront leur expliquer les concepts du tas *« Je ne connais pas ! »*. Ceci peut être une très bonne idée de révision en vue d'un devoir en classe.

Une fois que les élèves ont assimilé ce type d'enseignement, on peut introduire d'autres types d'enseignement qui mettent les actions de l'élève au centre, décrits tout au long de [6]. Parmi ces modes d'enseignement, on retrouve évidemment le *Gruppenpuzzle* et le *Partnerpuzzle*. On peut ensuite commencer à évaluer les élèves sur des portfolios, en les incitant à se rencontrer à l'extérieur des cours pour continuer l'apprentissage de manière autonome, et l'on peut même prévoir à terme des collaborations entre plusieurs titulaires de cours pour affranchir les élèves de la structure stricte des horaires de cours. Mais cela dépasse le cadre de ce travail et je ne m'attarderai donc pas davantage sur ce sujet.

Il faut néanmoins faire attention de ne pas tomber dans l'autre extrême. Laisser les élèves totalement livrés à eux même, vagabondant à travers la matière n'est certainement pas une bonne idée. C'est d'ailleurs inscrit clairement dans [6, p. 156] : *« Zielloses Herumirren im Lernstoff ist frustrierend, zeitraubend und konfliktreich. »*

Le rôle de l'enseignant dans un cours *à la SOkeL* est de définir un cadre extérieur de la matière sous forme de *WELL* et de veiller à ce que les projecteurs lors du déroulement du cours soient braqués sur les élèves et non sur lui-même. Il doit évidemment intervenir de temps en temps pour remettre les élèves qui s'éloignent du but sur la bonne voie. Le rôle de l'enseignant est décrit métaphoriquement dans [6, p. 327] :

« Umwege erhöhen die Ortskenntnis. An den Weggabelungen und zentralen Plätzen stehen wir allerdings an einem Informationsstand. Auf die Anfrage geben wir Rat, wie die Lernumgebung weiter erforscht werden kann. Und selbstverständlich haben wir eine Fürsorgepflicht. Wenn wir sehen, dass jemand sich auf einem anspruchsvollen Weg verausgabt, empfehlen wir ihm auch ohne seine Anfrage, einen leichteren zu nehmen. Auch kümmern wir uns ohne Anfrage um jene, die sich mit der schönen Aussicht vun der Ruhebank aus begnügen. »

10.4 La convergence entre la méthode Montessori et SOkeL

Là où la méthode Montessori et *SOkeL* se rejoignent, c'est dans le principe de liberté et d'autonomie. Ulrich Haas écrit même dans [6, p. 29] : *« Montessoris berühmter Spruch "Hilf mir es selbst zu tun", weist in die richtige Richtung. »* Il n'est donc pas illogique, dans l'optique de transposer la méthode Montessori aux mathématiques du lycée, d'emprunter des structures de cours sous forme de *WELL*, comme le *Partnerpuzzle* par exemple, surtout que le principe du *SOkeL* ne s'oppose absolument pas à l'enseignement multisensoriel. Rien n'empêche d'utiliser le matériel sensoriel Montessori dans une phase d'enseignement de type *WELL*.

10.5 Conclusions

Pour adapter la méthode Montessori aux mathématiques du lycée, on ne va pas suivre à la lettre les idées que la pédagogue avait pour le lycée, parce que celles-ci demanderaient une réforme profonde de l'éducation secondaire. Au lieu de cela nous allons au contraire tenter de développer un enseignement qui respecte la majorité des principes dégagés au chapitre 6. L'une des manières de procéder est de suivre les principes de la philosophie d'enseignement *SOkeL* et de l'augmenter avec le matériel sensoriel Montessori. De cette manière, les principes d'enseignement multisensoriel, de liberté et d'autonomie, si importants dans un enseignement type Montessori sont garantis.

11 La méthode Montessori pour l'apprentissage des triangles

Imaginons, nous enseignons dans une classe de 7e de 27 élèves. Au programme de notre leçon, nous avons prévu l'enseignement du nom des différents types de triangles. À la fin de l'heure, les élèves doivent avoir appris (une première fois) les termes suivants : *triangle équilatéral, triangle isocèle, triangle scalène, triangle rectangle, triangle obtusangle* et *triangle acutangle.* Comme il s'agit d'une classe de 7e, les enfants n'ont pas beaucoup d'expérience dans l'enseignement coopératif au lycée. Le lycée a fait, sur notre demande, l'acquisition de plusieurs cabinets de géométrie et nous les avons réservés pour l'heure qui nous attend. De même nous avons préparé neuf jeux de cartes. Sur chaque carte, il y a l'un des termes que l'élève doit apprendre. Chaque jeu de cartes comprend une et une seule fois chaque terme. La structure du cours sera la méthode du réseau. La leçon peut être bâtie de la manière suivante :

Numéro	Temps	Phase	Forme sociale
1	45'	L'enseignant expose au tableau les différents types de triangles et explique leurs propriétés "immédiates".	Plénum
2	5'	Mise en place de la méthode du réseau.	/
3	10'	Phase individuelle de la méthode du réseau	Individuel
4	20'	Phase collective de la méthode du réseau	Groupe
5	20'	Mise à niveau des résultats	Plénum

Table 1 – Planning d'un cours d'une double heure sur les triangles

L'idée est la suivante. On commence le cours de manière classique en exposant la nouvelle matière au tableau. Nous donnons toutes les informations, à l'exception des deux propositions suivantes :

- Dans un triangle équilatéral, tous les angles ont même amplitude.
- Dans un triangle isocèle, deux de ses trois angles ont même amplitude. (On ne parlera pas encore ici d'angles à la base. Ce terme étant un vocabulaire spécifique pour le triangle isocèle, il fera l'objet d'un cours ultérieur.)

Une fois que cette partie est faite, on donne aux élèves l'opportunité de faire une pause de cinq minutes. Pendant ce temps, nous préparons le terrain pour la méthode du réseau. Nous demandons aux élèves de se répartir en neuf groupes de trois éléments. Nous donnons à chaque groupe un jeu de cartes. Les élèves les battent et les distribuent au sein de leur groupe. Chacun reçoit ainsi deux cartes. Pour chacune d'entre elles, dans le temps individuel consécutif, l'élève doit dans un premier temps retrouver dans les cabinets de géométrie le triangle en question et mesurer l'amplitude de ses angles. Il devra dire s'il a trouvé des angles ayant la même amplitude et, dans l'affirmative, indiquer le nombre d'angles avec la même amplitude. Il devra également indiquer les caractéristiques de son triangle et tracer un exemple sur le papier. Les élèves les plus forts peuvent aussi dire s'il est possible de combiner leurs deux cartes dans un même triangle, comme par exemple un triangle isocèle rectangle.

La suite de la méthode du réseau se fait de manière classique. Un élève commence et explique aux autres les caractéristiques de son triangle. Un autre y voit un lien avec le sien (par exemple, les triangles équilatéraux sont aussi des triangles isocèles, il existe des triangles obtusangles isocèles, ...) et lui emboîte le pas et ainsi de suite.

En fin de leçon on revient en plénum pour mettre à plat les différents résultats obtenus et terminer le cours par les deux propositions mentionnées ci-dessus.

12 Le matériel sensoriel Montessori est-il encore suffisant ?

Pour tenir un cours proche de la méthode Montessori, il faut faire usage d'un enseignement multi-sensoriel. C'est souvent le sens du toucher qui est oublié dans l'enseignement traditionnel. Pour y remédier, on utilise le matériel sensoriel. Ceci fonctionne assez bien pour la matière du primaire et certains sujets du secondaire, mais aprés ? Comment peut-on, par exemple, représenter des vecteurs avec le matériel sensoriel "de base" ? Ce n'est tout simplement pas possible. Le matériel sensoriel tel que nous le connaissons actuellement n'est pas suffisant pour la matière des mathématiques du lycée.

Dans la prochaine section, je vais fournir le compte rendu d'un cours, inspiré de la méthode Montessori, que j'ai donné pendant mon stage en avril-mai 2022 au Lycée du Nord sous la supervision de Madame Brimmeyer. La partie ci-après est directement issue de mon rapport de stage.

13 Un premier essai : Apprendre le concept des fonctions affines à l'aide de la méthode Montessori

13.1 Situation initiale de l'apprentissage

Avant mon cours, les élèves connaissaient le concept des fonctions, ainsi que le vocabulaire associé. Ils connaissent et savent reconnaître aussi bien graphiquement qu'analytiquement les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

13.2 Idées directrices pour la planification de la séquence de cours

Mon but était de leur apprendre le concept de fonctions affines. Les élèves doivent pouvoir, aussi bien analytiquement que graphiquement reconnaître de telles fonctions. Pour ce faire, je voulais d'abord commencer l'heure de la manière dont ils sont le plus habitués, à savoir via un développement interrogatif. Au fur et à mesure je voulais mettre les élèves de plus en plus à l'aise et préparer le terrain pour faire un *Partnerpuzzle* sur le sujet afin que les élèves puissent par eux même découvrir le concept pas à pas. Finalement je voulais encore corriger en plenum l'activité pour mettre tout le monde à niveau. À tout moment du cours, je voulais inclure toute la classe et j'ai donc utilisé le principe de quadrillage de la salle (diviser la salle de classe en 6 groupes géographiques et questionner tour à tour un représentant de chaque groupe - pas toujours le même) que m'avait expliqué Madame Mettendorf l'année dernière. Tout le cours devait se faire sur une tablette dont l'écran serait projeté au mur. J'utiliserais également le tableau pour illustrer des explications annexes que les élèves ne doivent pas recopier.

13.3 Analyse du contenu et des éléments didactiques de la séquence d'enseignement et justification du choix de la planification

En premier lieu, je voulais démarrer par un rappel sur les fonctions, que j'ai comparées à des machines à café, pour que les élèves en aient une allégorie concrète dans la vie de tous les jours. Ensuite, j'ai enchaîné avec une activité d'introduction proche de la vie quotidienne pour éviter d'avoir à répondre à des questions du genre « Pourquoi fait-on cela ? ». Je voulais ainsi que les élèves trouvent un sens à l'étude du sujet. Je voulais ensuite tirer les enseignements essentiels de l'activité d'introduction pour définir formellement le concept de fonctions affines. Pour m'assurer de la bonne compréhension des élèves je voulais leur demander de me donner des exemples et des non-exemples. De cette manière, j'avais l'intention de m'assurer qu'ils en aient une idée claire (savoir positif : Qu'est-ce qu'une fonction affine) et distincte (savoir négatif : Qu'est-ce qui n'est pas une fonction affine). Comme c'est la première fois qu'ils voyaient de telles fonctions, je m'attendais à ce que les erreurs classiques apparaissent, telles que ne pas voir les fonctions constantes et linéaires comme des cas particuliers de fonctions affines. Je voulais ensuite bâtir mon cours sur ces erreurs et tout faire pour que les élèves ne se sentent pas mal de les avoir commises. Je voulais vraiment leur faire sentir que c'était une bonne chose parce qu'elles m'ont permis d'avancer dans mon cours. De cette manière je voulais les mettre totalement en confiance.

Ensuite, vint la partie du *Partnerpuzzle*. Les fonctions affines sont données analytiquement par $f(x) = mx + p$. Le *Partnerpuzzle* avait pour but que les élèves découvrent l'action des paramètres m et p sur la représentation graphique de la fonction. Pour ce faire, on a commencé par expliquer comment construire la représentation graphique de la fonction. Ensuite, j'ai demandé aux élèves de se mettre deux par deux dans ce qu'on a appelé des groupes de base. Ils avaient deux fiches et devaient se répartir les tâches. L'un des deux devait prendre la fiche A (qui portait sur le paramètre m) et l'autre la fiche B (qui portait sur le paramètre p). Les deux demandaient également à utiliser un mode d'apprentissage multisensoriel. En effet, j'avais préparé pour les élèves des tiges en plastique en guise de représentation graphique des fonctions. C'est ce qui faisait office de représentant du *matériel sensoriel Montessori* (bien que celui-ci ne respectait pas toutes les caractéristiques nécessaires pour être perçu comme tel - par exemple la matière). Les élèves devaient disposer celles-ci sur des repères cartésiens que je leur avais imprimés. En travail individuel, voire avec une aide ponctuelle de leur partenaire, chacun devait remplir sa fiche. Après cette phase, les élèves furent répartis en groupes d'experts avec d'autres élèves qui avaient la même fiche à préparer. Ils devaient y passer leurs résultats en revue et proposer un corrigé modèle. Les élèves repassaient ensuite dans une phase de travail individuel dans laquelle ils avaient le but d'assimiler tout ce qui avait été discuté dans le groupe d'experts et de se préparer à expliquer leur fiche à leur partenaire du groupe de base. C'est d'ailleurs exactement le dernier point de mon activité : Le retour dans le groupe de base, dans lequel chacun des deux partenaires explique sa fiche.

Je suis ensuite revenu à une méthode d'enseignement traditionnelle, par développement interrogatif, pour proposer un corrigé modèle de l'activité. Finalement, après avoir résumé le tout via une appliquette que j'avais préparée sur *géogébra* (`https://ggbm.at/f9gxyyre`) nous en tirions les résultats essentiels.

13.4 Reflexions sur la séquence d'enseignement en comparaison avec la planification

Entre mes idées et la pratique la différence fondamentale s'est avérée être le temps. Je n'ai pas su prévoir le temps que mettraient les élèves pour les différentes parties du cours. Ce que j'avais prévu faire en 2 unités plus ou moins, j'ai dû le faire en 3,5 unités. J'avais également oublié des feuilles dans mon imprimante le matin du cours. Les fiches A et B que chaque élève devait recevoir en double (une version pour la préparation, l'autre pour la correction), ils ne les ont reçues qu'une seule fois. J'ai également sous-estimé la difficulté qu'éprouvaient les élèves à dégager les représentations graphiques des différentes fonctions affines. Ceci a eu un impact majeur sur le Partnerpuzzle.

Pour le reste, les explications que je m'étais préparé à donner ont amplement suffit à la bonne compréhension des élèves. Ils semblaient d'ailleurs avoir particulièrement apprécié mon allégorie sur les machines à café. Je me suis également senti extrêmement à l'aise lors du quadrillage de la salle de classe. Je pense avoir eu un impact positif sur la participation des élèves à mon cours.

13.5 Évaluation du procédé et formulation de perspectives

L'activité d'introduction, quoiqu'assez classique finalement, était une des forces de mon cours. De même, l'allégorie faite entre les fonctions et les machines à café était un succès et il a contribué à enlever de l'abstraction aux fonctions. Pour la gestion du tableau, j'aurais dû essayer d'être un peu plus propre et en ce sens utiliser l'équerre pour tracer les repères cartésiens et les fonctions affines. Par contre la métacommunication que j'ai pu faire pendant le cours à eu une influence positive et le fait que j'ai beaucoup construit sur les réponses des élèves a été apprécié.

Comme on pouvait s'en douter, c'est la partie du *Partnerpuzzle* qui a posé le plus de problèmes. Il faut dire que les élèves n'avaient absolument aucune expérience avec ce type d'enseignement. Tenter immédiatement le *Partnerpuzzle* est très optimiste. De plus, j'aurais dû faire des exemples de représentations graphiques de fonctions affines avec les élèves et ne pas les lancer immédiatement dans le grand bain. Ceci aurait pu être l'objet d'une première activité. Une fois cette compétence acquise, le *Partnerpuzzle* aurait été plus simple pour beaucoup. Les tiges en plastique que j'avais préparées pour les élèves ont malheureusement été contre-productives. Elles étaient trop épaisses comparées au repère cartésien et l'imprécision dans les manipulations de celles-ci était trop grande. Il suffisait d'un mauvais mouvement pour devoir tout recommencer.

Dire que le *Partnerpuzzle* n'a pas été bénéfique serait faux. On le remarque dans les évaluations que j'avais mises à la disposition des élèves (voir en annexe). Les évaluations sont grosso modo divisées en quatre groupes :

- Les bons élèves qui auraient aimé avancer plus rapidement dans le cours.
- Les bons élèves qui ont apprécié découvrir des concepts mathématiques par eux-mêmes.
- Les élèves d'un niveau plus modeste qui ont apprécié travailler en groupe.
- Les élèves d'un niveau plus modeste qui n'ont pas apprécié le travail en groupe.

Les groupes 2 et 3 sont plus enclins à avoir apprécié le *Partnerpuzzle*. Mais dans l'ensemble, j'ai l'impression que celui-ci a surtout été bénéfique aux bons élèves qui ont fortement bénéficié du fait d'apprendre en enseignant.

J'ai malheureusement échoué à compenser les limites de mon *Partnerpuzzle* au moment de la correction en n'insistant pas assez sur la représentation graphique. J'aurais dû mettre l'appliquette *géogébra* bien plus en avant et distribuer aux élèves les différentes représentations graphiques de manière à ce qu'ils les aient constamment sous les yeux. Finalement, si je devais refaire ce cours, je ne commencerais le *Partnerpuzzle* qu'à l'occasion de la 3e unité. J'utiliserais le temps restant de la 2e unité pour faire des représentations graphiques au tableau avec les élèves. Je remplacerais aussi les tiges en plastique par de la ficelle et des punaises. Je donnerais également des devoirs à domicile entre les unités de cours.

13.6 Remarque

Le contenu de ce cours ainsi que l'évaluation que les élèves ont faite de celui-ci sont à retrouver dans la partie annexe.

Deuxième partie

Extension pour le lycée du matériel sensoriel Montessori avec le demi-mètre pliant

Le but de cette partie va être d'enrichir le matériel sensoriel Montessori avec un demi-mètre pliable. Pour ce faire, nous commencerons par donner une description de l'objet et nous dresserons un mode d'emploi détaillé de sa possible utilisation comme Dr Montessori l'a fait pour son matériel sensoriel dans [18]. Puisque ce travail a pour vocation de se limiter à l'adaptation de la méthode Montessori aux mathématiques du lycée, nous allons également nous restreindre à ce sujet dans la suite de cette partie.

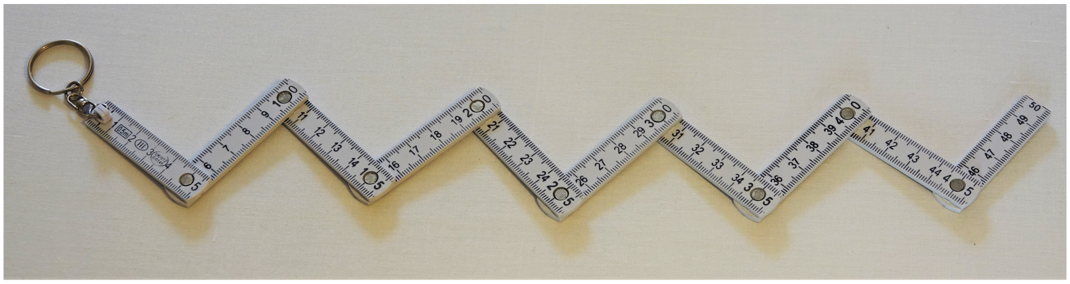


Figure 2 – Notre demi-mètre pliant

14 Description du demi-mètre pliant

Nous commençons par une description sommaire du demi-mètre pliant. Il s'agit d'une version réduite de moitié des mètres pliants habituels, utilisés abondamment dans le domaine de la construction et du bricolage. Il est composé de dix segments gradués de $5cm$ en plastique blanc reliés entre eux par des rivets. À la différence des mètres pliants traditionnels, qui ne peuvent être verrouillés qu'en position ouverte ou fermée, soit deux verrouillages possibles, notre demi-mètre peut quant à lui également être verrouillé de manière à ce que chaque segment forme un angle de 90° d'amplitude avec le segment précédent. Il y a donc quatre différentes positions verrouillées possibles pour chaque segment. Il est muni à l'une de ses extrémités d'un porte-clé ce qui facilite son transport.

15 Mode d'emploi du demi-mètre pliant pour les mathématiques du lycée

Le demi-mètre pliant peut être utilisé dans bien des domaines. Nous allons maintenant donner un bon nombre d'exemples très concrets touchant de nombreux domaines des mathématiques du lycée.

15.1 L'algèbre

Le premier domaine d'application qui m'est venu à l'esprit est l'algèbre où l'on va faire appel avant toute chose à la graduation du demi-mètre pliant. On va déplier tout le demi-mètre pliant de manière à obtenir un segment.

15.1.1 Apprendre à résoudre les équations du premier degré

Structure Nous allons ici dresser une méthode pour acquérir la faculté de résoudre des équations du premier degré à l'aide du demi-mètre pliant. Nous allons commencer par nous intéresser aux équations (en x) suivantes :

1. $x + b = c$ avec $b{,}c \in \mathbb{N}$ et $c \geqslant b$,
2. $x + b = c$ avec $b{,}c \in \mathbb{Q}_+$ et $c \geqslant b$,
3. $x + b = c$ avec $b{,}c \in \mathbb{R}_+$ et $c \geqslant b$,
4. $x + b = c$ avec $b{,}c \in \mathbb{N}$,
5. $x + b = c$ avec $b{,}c \in \mathbb{Q}_+$,
6. $x + b = c$ avec $b{,}c \in \mathbb{R}_+$,

7. $x - b = c$ avec $b,c \in \mathbb{N}$,
8. $x - b = c$ avec $b,c \in \mathbb{Q}_+$ et
9. $x - b = c$ avec $b,c \in \mathbb{R}_+$.

Notre but est simple, nous cherchons à faire comprendre à l'élèves quelles opérations d'addition et de soustraction l'élève a le droit de faire pour résoudre une telle équation et comment utiliser celles-ci dans le but d'isoler x. La première équation de chaque type sera systématiquement formée avec des paramètres entiers naturels. Ceci s'explique par le fait qu'il s'agit pour les élèves des nombres les plus instinctifs et par conséquent, ceux que les élèves savent visualiser le plus facilement. Grâce à ces nombres, ils pourront donc plus facilement comprendre le lien entre les étapes que nous réalisons sur le demi-mètre pliant et les opérations que nous faisons sur l'équation. Ensuite, après une série d'exemples lors desquels nous laissons aux élèves la possibilité de travailler seul, à leur propre rythme, nous commençons à résoudre des équations semblables avec des nombres décimaux limités. Nous passons ensuite aux illimités périodiques et terminons avec un exemple dans lequel le nombre π est un paramètre.

Étant donné que le demi-mètre pliant n'est pas gradué avec des nombres négatifs nous avons laissé, dans un premier temps, ces nombres de côté pour simplifier les manipulations. Une fois que l'élève a réussi, à l'aide du demi-mètre pliant, à résoudre une série d'équations pour chacun des neufs points listés ci-dessus, on peut partir du principe que l'élève a bien compris le mode opératoire et on peut de ce fait passer aux nombres négatifs, qui demandent néanmoins des manipulations un peu plus difficiles. À ce moment-là, nous nous intéresserons aux types d'équations (en x) suivants :

10. $x + b = c$ avec $b,c \in \mathbb{Z}$,
11. $x + b = c$ avec $b,c \in \mathbb{Q}$ et
12. $x + b = c$ avec $b,c \in \mathbb{R}$.

Notons que le dernier cas est tout simplement le cas général d'une équation du premier degré dont le coefficient de x vaut 1. La prochaine étape consiste donc à considérer des équations pour lesquelles le coefficient de x est un certain nombre a. Nous nous intéresserons donc aux types d'équations suivants :

13. $ax + b = c$ avec $a \in \mathbb{N}$, $b,c \in \mathbb{R}$, $a|(c - b)$,
14. $ax + b = c$ avec $a \in \mathbb{N}$, $b,c \in \mathbb{R}$,
15. $-x + b = c$ avec $b,c \in \mathbb{R}$,
16. $ax + b = c$ avec $a \in \mathbb{Z}$, $b,c \in \mathbb{R}$,
17. $ax + b = c$ avec $a \in \mathbb{Q}$, $b,c \in \mathbb{R}$,
18. $ax + b = c$ avec $a,b,c \in \mathbb{R}$.

On note évidemment que ce 18e point est le but ultime puisqu'il représente toutes les équations du premier degré. L'objectif de ces six dernières équations est de montrer comment agir pour faire passer le coefficient de x de l'autre côté de l'égalité. Les élèves doivent ainsi remarquer que multiplier les deux côtés de l'égalité par une constante non nulle nous donne une équation équivalente. Nous guiderons ensuite l'élève dans les résolutions des équations du type

$$ax + b = cx + d \text{ avec } a,b,c,d \in \mathbb{R},$$

et nous expliquerons pourquoi la constante par laquelle nous multiplions les deux côtés de l'égalité ne peut être 0.

Cette séquence de cours se terminera par des problèmes qui demandent avant toute chose une mise en équation.

Modus operandi Pour illustrer la manière de procéder, nous commençons par l'exemple le plus simple, à savoir le premier des 18 types d'équations, c'est-à-dire :

$$x + b = c \text{ avec } b,c \in \mathbb{N} \text{ et } c \geqslant b.$$

Prenons par exemple l'équation

$$x + 13 = 24.$$

On doit trouver un nombre tel que si on lui additionne 13, on obtient 24. Pour ce faire, nous disposons alors sous le demi-mètre pliant une feuille de papier assez grande (pour des constantes suffisamment petites, une feuille de taille A4 suffit, mais pour les valeurs de notre exemple, mieux vaudrait utiliser une feuille A3) pour contenir entièrement la partie du mètre comprise entre 0 et 24 centimètres. Traçons en vert le segment entre le centimètre 0 et le centimètre 13. En orange, traçons le segment entre le centimètre 0 et le centimètre 24. On cherche un segment tel que, en le mettant bout à bout avec le segment vert on obtient le segment orange. Ce segment est justement le segment qui se situe entre le centimètre 13 et le centimètre 24. Il ne nous reste plus qu'à trouver la longueur de ce segment. Or celle-ci est tout simplement $24 - 13 = 11$. Notons que pour les premiers exemples, les élèves pourraient avoir des difficultés à effectuer cette étape. On peut alors faire translater le demi-mètre pliant en plaçant l'extrémité sur le centimètre 13. L'élève peut alors directement mesurer la longueur du segment qui représente x. Il faut néanmoins insister sur le fait que x s'obtient en retranchant 13 à 24. Le demi-mètre pliant ne doit être qu'une simple aide. Le cahier de l'élève contiendra quant à lui les lignes suivantes :

$$\begin{aligned} & x + 13 = 24 && \mid -13 \\ \Leftrightarrow \quad & x + 13 - 13 = 24 - 13 && \\ \Leftrightarrow \quad & x = 11 && \end{aligned}$$

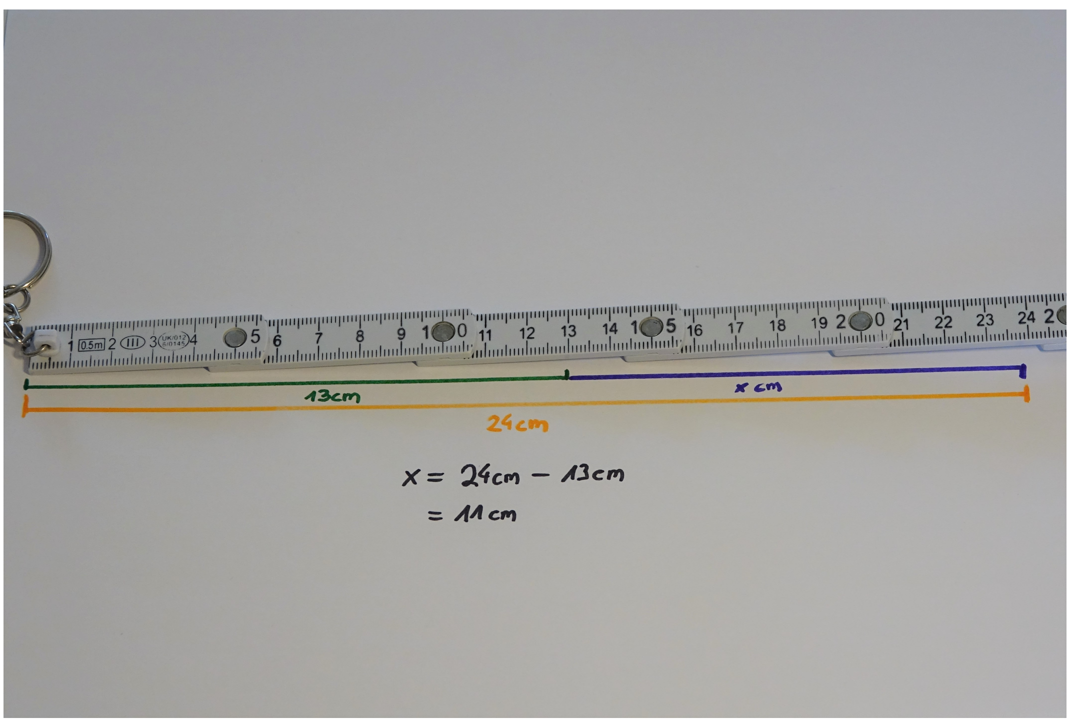


FIGURE 3 – Résoudre une équation du type $x + b = c$ avec $b,c \in \mathbb{N}$ et $c \geqslant b$

L'élève doit faire le lien entre la deuxième ligne et la manière de calculer la longueur du segment représentant x. Comme dans le cas d'un objet Montessori classique, le demi-mètre pliant doit faire le lien entre le concret, à savoir la longueur d'un segment que l'on a obtenu à l'aide du demi-mètre pliant, et l'abstrait, à savoir isoler x dans une équation du premier degré. À terme, l'élève doit comprendre qu'il peut transformer une équation en une équation équivalente en retranchant le même nombre de part et d'autre de l'égalité.

Après avoir résolu assez d'équations du premier type, c'est-à-dire lorsque les élèves savent faire les différentes étapes de manière autonome et instinctive, on passe au deuxième type et au troisième type en procédant exactement de la même manière que précédemment.

Le prochain type d'équations qui demande une manipulation légèrement différente est le quatrième type, c'est à dire

$$x + b = c \text{ avec b,c } \in \mathbb{N}.$$

Le cas $c \geqslant b$ ramène immédiatement aux équations du premier type que nous avons déjà traitées. Nous allons donc uniquement considérer $b > c$. Considérons ainsi par exemple l'équation

$$x + 24 = 13.$$

Pour ce faire, nous allons à nouveau disposer sous le demi-mètre pliant une feuille de papier assez grande. Nous traçons en vert, le segment allant du centimètre 0 au centimètre 24 et en orange le segment du centimètre 0 au centimètre 13. Le x que nous cherchons est un peu plus abstrait qu'avant parce qu'intuitivement, nous allons obtenir un segment de *longueur négative*. Au lieu de juxtaposer deux segments, on va prendre un segment de base et le *couper* de manière à obtenir un autre. L'opposée de l'inconnue x correspond alors à la longueur du segment qu'on doit couper. On part du segment vert et on doit obtenir le segment orange. Il faut couper (ainsi le résultat sera négatif) du segment orange un segment de longueur $24 - 13 = 11$. Ainsi on obtient $x = -11$.

Comme précédemment, l'élève notera dans son cahier la solution sous la forme suivante :

$$\begin{array}{lll} & x + 24 = 13 & \quad | -24 \\ \Leftrightarrow & x + 24 - 24 = 13 - 24 & \\ \Leftrightarrow & x = -11 & \end{array}$$

Le demi-mètre pliant doit à nouveau faire le pont entre la soustraction de longueurs de segments et la transformation que l'on fait dans la deuxième ligne. On attend de l'élève qu'il remarque que l'on fait l'opposée de la soustraction de la longueur du segment orange à la longueur du segment vert. Ceci est équivalent à soustraire la longueur du segment vert à celle du segment orange. Donc tout notre procédé revient simplement à faire passer la constante 24 de l'autre côté de l'égalité en soustrayant 24 des deux côtés de l'égalité.

Il faut ensuite laisser les enfants travailler seuls sur d'autres exercices similaires. L'abstraction est plus prononcée étant donné que le résultat est négatif. Il faut donc laisser le temps à l'élève de bien comprendre toutes les manipulations nécessaires avant de passer à l'étape suivante avec de coefficients rationnels positifs et à celle d'après avec des nombres réels positifs.

La prochaine étape consiste donc à considérer les équations du type

$$x - b = c \text{ avec } b{,}c \in \mathbb{N}.$$

Prenons donc par exemple l'équation

$$x - 7 = 18$$

On doit trouver un nombre tel que si on lui retranche 7, on obtient 18. Pour ce faire, on dispose sous le demi-mètre pliant une feuille de papier assez grande et on trace en orange le segment entre le

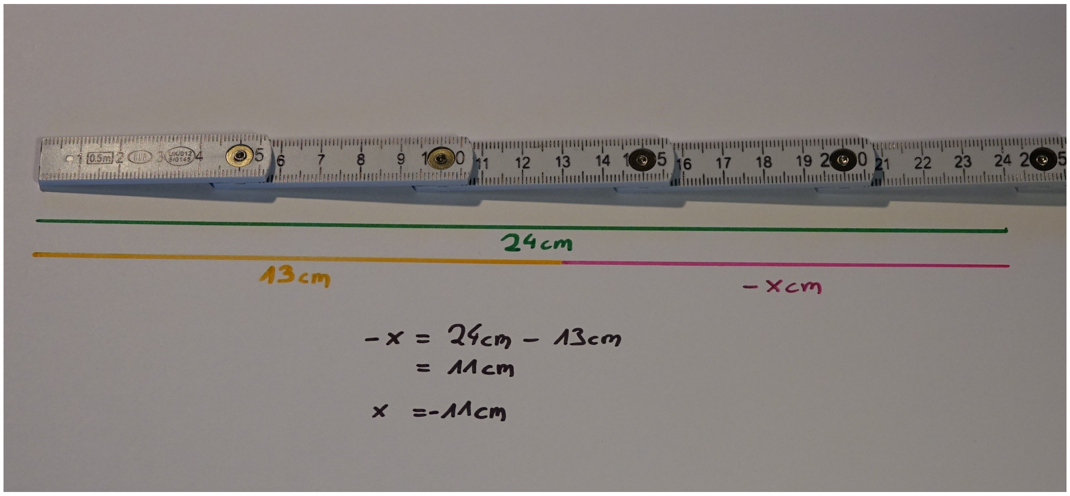


FIGURE 4 – Résoudre une équation du type $x + b = c$ avec $b,c \in \mathbb{N}$ avec $b > c$

centimètre 0 et le centimètre 18. Ensuite on fait glisser le demi-mètre pliant de manière à placer le centimètre 0 sur l'ancienne position du centimètre 18 et on trace en vert le segment entre la nouvelle position du centimètre 0 et le centimètre 7. Notre équation nous dit qu'on doit trouver un segment tel que si on lui retranche le segment vert, on obtient le segment orange. Le segment que nous cherchons est donc tout simplement l'union des deux segments. Ainsi on trouve $x = 18 + 7 = 25$.

Dans le cahier de l'élève, le procédé sera noté de la manière suivante :

$$\begin{array}{lll} & x - 7 = 18 & \mid +7 \\ \Leftrightarrow & x - 7 + 7 = 18 + 7 & \\ \Leftrightarrow & x = 25 & \end{array}$$

À nouveau, le demi-mètre pliant doit faire le lien entre l'addition des longueurs des segments et la transformation de l'équation que nous effectuons dans la deuxième ligne. L'élève doit ainsi comprendre que pour résoudre cette équation, il doit additionner 7 et 18, c'est-à-dire, il doit isoler x en faisant passer 7 de l'autre côté de l'égalité. Pour ce faire, il doit ajouter 7 aux deux côtés de l'égalité.

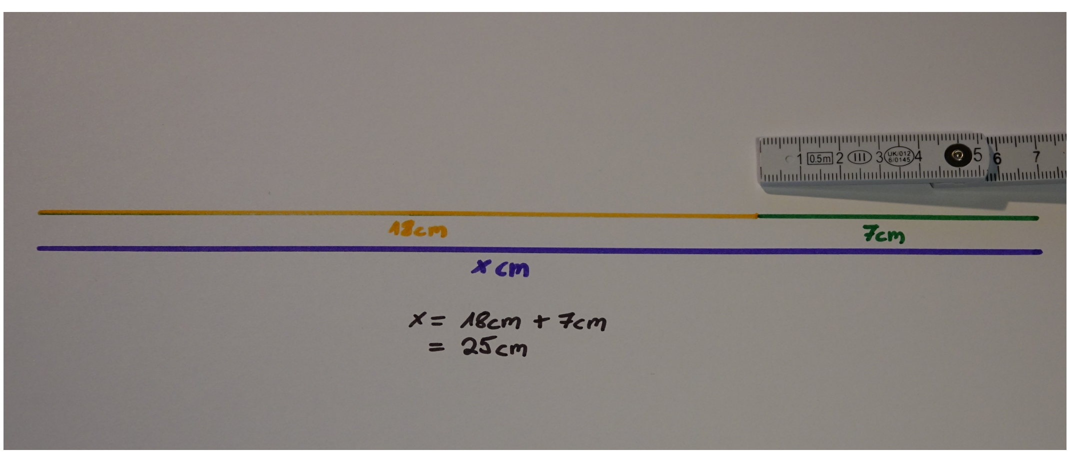


FIGURE 5 – Résoudre une équation du type $x - b = c$ avec $b,c \in \mathbb{N}$

Ce type d'équations semble très instinctif et ne devrait pas poser beaucoup de problèmes. On laisse donc l'élève faire plusieurs exemples de de manière à y instaurer une certaine routine. On passe ensuite relativement rapidement aux types 8 et 9.

Les types d'équations 10, 11 et 12 peuvent être résolus à l'aide de deux demi-mètres pliants, l'un représentant les nombres positifs et l'autre représentant les nombres négatifs. Par contre les manipulations qu'il faut faire sont à mes yeux trop compliquées par rapport aux bénéfices qui découlent de cette méthode. De plus, à l'aide des exemples précédents, les élèves doivent avoir acquis la faculté de faire passer des constantes d'un côté de l'égalité à l'autre. Il est donc préférable de transformer l'équation directement au lieu de passer par des demi-mètres pliants. Cela permettra en même temps de vérifier si les élèves ont bien acquis cette compétence qu'on attend d'eux.

On arrive ainsi aux derniers types d'équations, à savoir ceux pour lesquels les coefficients de x ne sont pas nécessairement 1. Considérons le type 13, à savoir

$$ax + b = c \text{ avec } a \in \mathbb{N}, b,c \in \mathbb{R}, a|(c-b)$$

Prenons par exemple

$$3x + 2 = 11.$$

On demande dans un premier temps à l'élève d'isoler le terme en x en transformant directement l'équation, c'est-à-dire sans se servir du demi-mètre pliant. Une fois qu'on est arrivé au stade

$$3x = 11 - 2 = 9$$

on fera à nouveau usage du demi-mètre pliant. On dispose en-dessous de ce dernier une feuille de papier suffisamment grande. On trace en orange le segment commençant au centimètre 0 et terminant au centimètre 9. La quantité x représente la longueur d'un segment tel que si on réalise deux copies de ce segment et qu'on met les trois segments bout à bout, le segment ainsi obtenu a la même longueur que le segment orange. En d'autres termes, nous devons diviser le segment orange en trois segments de même longueur. Nous traçons ces trois segments en vert. La quantité x représente alors la longueur de l'un des segments verts.

La solution sera écrite dans le cahier de l'élève de la manière suivante

$$\begin{array}{lll} & 3x + 2 = 11 & |-2 \\ \Leftrightarrow & 3x = 9 & |\cdot \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot x = \frac{1}{3} \cdot 9 & \\ \Leftrightarrow & x = 3. & \end{array}$$

Le demi-mètre pliant doit ici faire comprendre à l'élève comment isoler x. Avec cette aide, l'élève doit comprendre que diviser le segment orange en trois segments de même longueur est équivalent à diviser chaque côté de l'égalité de l'équation par 3. Ceci doit légitimer le fait qu'on ne change pas les solutions d'une équation si l'on multiplie les deux côtés de l'équation par une constante non-nulle (on ne peut à l'heure actuelle pas encore expliquer pourquoi cela ne fonctionne pas en multipliant les deux côtés par 0 - on y reviendra plus tard).

Notons qu'on aurait pu déjà utiliser le demi-mètre pliant pour faire passer la constante de l'autre côté de l'égalité, à l'image de ce qui a été fait précédemment. Mais, ce demi-mètre pliant doit être une passerelle entre le concret (la longueur des segments) et l'abstrait (résoudre une équation du premier degré). Une fois que l'élève s'est acclimaté à l'abstrait, il faut faire en sorte qu'il n'ait plus besoin du pont et qu'il fasse toutes ses démarches dans l'abstrait. En d'autres termes, il est important que

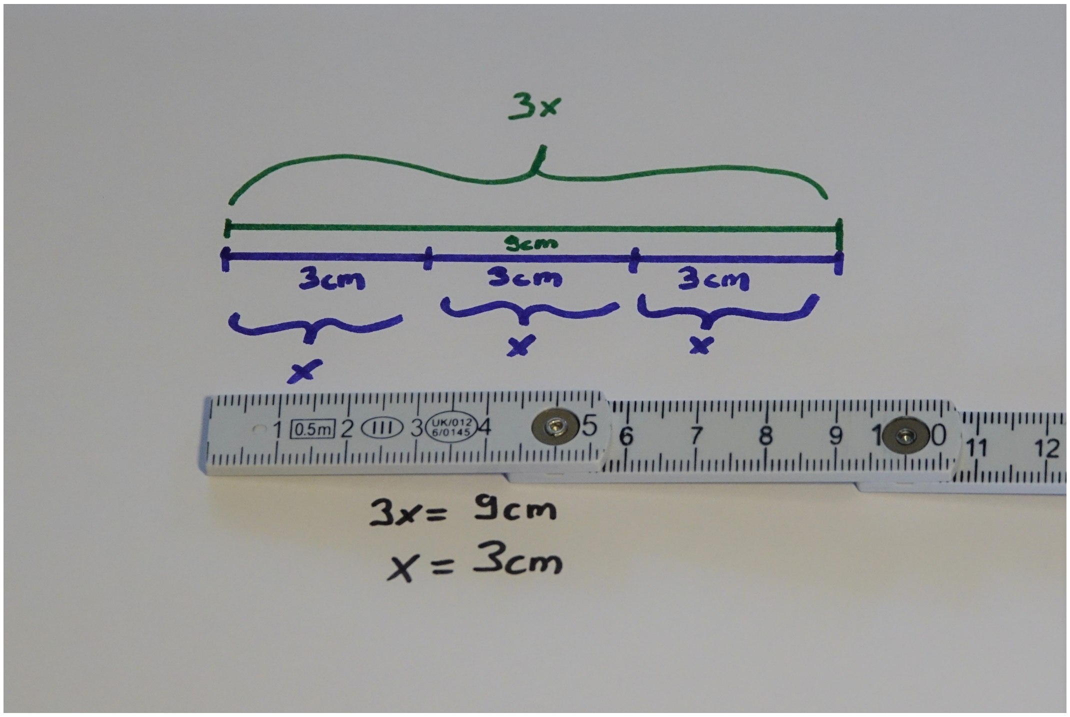


FIGURE 6 – Résoudre une équation du type $ax = c$ avec $a \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{R}$ et $a|c$

l'élève s'affranchisse du demi-mètre pliant en sachant faire cette première procédure uniquement en transformant directement l'équation.

Notons que nous avons mis la condition $a|(c-b)$ pour ce type d'équations afin que l'élève ne bloque pas sur la division, pensant aller dans la mauvaise direction parce que son résultat n'est pas un entier.

L'élève fait divers autres exemples d'équations de ce type de manière à instaurer une routine. On enchaîne ensuite avec les équations du type 14, où les résultats ne sont pas nécessairement entiers, utilisant la même démarche que précédemment. On en arrive au point 15. D'ici là, on suppose que l'élève a compris comment isoler x sans nécessairement avoir besoin du demi-mètre pliant, c'est-à-dire en transformant l'équation de manière adéquate. On invitera alors l'élève à utiliser la même méthode, à savoir diviser les deux côtés de l'égalité par -1. L'élève remarquera que cela revient à prendre l'opposé des deux côtés de l'égalité.

Une fois que ce type d'équations est parfaitement maîtrisé par l'élève, en utilisant la même méthode, à savoir diviser par le coefficient de x, il parviendra de manière autonome (ou presque) à résoudre successivement les équations des types 16, 17 et 18. En d'autres termes, il sera définitivement capable de résoudre toutes les équations du premier degré.

On donne ensuite une équation du type

$$ax + b = cx + d \text{ avec } a,b,c,d \in \mathbb{R},$$

par exemple

$$4x + 5 = 2x - 7.$$

On demande à l'élève de proposer une stratégie générale pour résoudre une telle équation. Si l'élève voit de lui-même qu'il peut rassembler les termes en x d'un côté de l'égalité et les termes constants de l'autre, on le laisse suivre cette idée. Dans le cas contraire, on lui demande ce qu'il pourrait faire pour faire passer le terme $2x$ de l'autre côté de l'égalité. À partir de cette étape, l'élève devrait pouvoir trouver la solution de lui-même. S'il a besoin du demi-mètre pliant à un moment pour l'aider à visualiser l'équation, il peut évidemment en faire usage, même s'il est préférable qu'il commence à s'en distancer.

Finalement, nous allons montrer à l'élève que l'on ne peut pas multiplier les deux côtés de l'équation par 0 si l'on veut obtenir une équation équivalente. Pour ce faire, on commence par demander à l'élève les solutions d'une équation du type

$$ax + b = ax + b \text{ avec } a,b \in \mathbb{R}$$

ainsi que les solutions d'une équation du type

$$ax + b = ax + c \text{ avec } a,b,c \in \mathbb{R} \text{ et } b \neq c.$$

Le premier admet une infinité de solutions, tandis que le deuxième n' en admet aucune.

Prenons par exemple l'équation

$$x + 2 = x + 3$$

et demandons à l'élève d'en trouver les solutions. Cette équation n'admet évidemment pas de solution. Ensuite, nous demandons à l'élève de multiplier les deux côtés de l'égalité par 0 et de trouver les solutions de l'équation ainsi obtenue. Il trouvera une infinité de solutions. Ceci explique pourquoi l'on ne sait pas transformer une équation en une équation équivalente en multipliant les deux côtés de l'égalité par 0.

Il ne reste alors plus qu'à terminer cette séquence de leçons par les problèmes dont nous avons déjà parlé dans la structure. Pour ce faire, il n'est pas vraiment utile de faire appel au demi-mètre pliant et nous n'irons donc pas davantage dans l'inspection de ce domaine.

Notons néanmoins qu'il serait tout à fait possible de réaliser tout ce qui précède avec une règle ou une équerre. Le demi-mètre pliant nous offre par contre la possibilité de disposer d'un intervalle conséquent à savoir $[0; 50]$, là où les règles communes n'offriraient que l'intervalle [0,30] et où les plus grandes équerres nous donneraient l'intervalle $[-15; 15]$. Il est tout à fait possible de trouver dans le marché des règles de 50cm ou plus, mais celles-ci ne sont pas aussi faciles à transporter que le demi-mètre pliant. Si, par contre, on utilisait un mètre (voire un double-mètre) pliant, on aurait certes accès à un intervalle plus grand, mais cela compliquerait le travail individuel, parce qu'il serait trop grand pour l'espace de travail de l'élève.

Conclusion Notre but était d'apprendre aux élèves comment résoudre des équations du premier degré. Nous avons développé une méthode qui nécessite l'utilisation du demi-mètre pliant. À l'aide du regard et du touché, l'élève peut se représenter physiquement, c'est-à-dire par le biais de longueurs de segments, des équations du premier degré. Les constructions et les réflexions qu'il réalise à l'aide du demi-mètre pliant, il les liera ensuite aux transformations d'une équation en une équation équivalente. Le demi-mètre pliant agit ainsi dans cette partie comme s'il faisait partie du matériel sensoriel Montessori, à savoir qu'il représente le pont entre les longueurs de segments, ce qui est quelque chose de concret, et une équation mathématique, ce qui est abstrait.

15.2 La géométrie

L'idée première du demi-mètre pliant est la mesure. Il est donc tout à fait logique de pouvoir employer le demi-mètre pliant dans l'apprentissage d'une large gamme de sujets de géométrie. Nous allons ici en lister quelques-uns.

15.2.1 Le vocabulaire dans le triangle

Contexte Nous venons d'introduire en classe les différents types de triangles. Les élèves viennent ainsi de rencontrer pour la première fois formellement les termes suivants :

- triangle scalène
- triangle isocèle
- triangle équilatéral
- triangle plat
- triangle acutangle
- triangle rectangle
- triangle obtusangle.

Ces termes sont encore assez abstraits dans l'esprit des élèves. Notre but va être de les y encrer profondément.

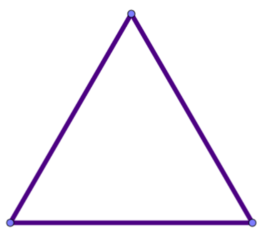
Pour cette leçon (voire séquence de leçons si les objectifs ne sont pas remplis immédiatement) chaque élève aura besoin d'une boîte à chaussures légèrement transformée. En effet, sur une des faces déterminées par la hauteur et la longueur de la boîte, deux trous auront été percés. Ceux-ci seront assez grands pour que l'élève puisse glisser ses mains à l'intérieur, mais pas trop grands de manière à ce que l'élève ne puisse pas voir à l'intérieur de la boîte. Cette boîte peut être décorée et pourra être réutilisée pour d'autres leçons. Ceci peut permettre de réaliser un projet interdisciplinaire entre les leçons d'éducation artistique et celles des mathématiques. L'élève réalise cette boîte lors du cours d'éducation artistique selon le bon de commande du professeur de mathématiques et selon les critères d'évaluation de l'enseignant d'art.

Structure L'objectif de la leçon est d'associer d'une manière ludique les caractéristiques d'un triangle au nom correspondant. Notre idée de base est d'amener les élèves à construire les différents triangles, uniquement guidés par leur sens du toucher. Nous allons pour ce faire concevoir trois séries de cartes à jouer. La première série contiendra le nom du triangle ainsi que la représentation graphique d'un exemple de ce type de triangle. La deuxième série contiendra uniquement le nom du triangle. Enfin la troisième série contiendra de nouveau uniquement le nom du triangle, mais celui-ci peut être composé. On pourrait donc y lire des termes comme *triangle isocèle obtusangle*, *triangle scalène acutangle*. Cette composition pourrait également être redondante, comme *triangle équilatéral isocèle*, ou même impossible, comme *triangle équilatéral rectangle*.

Nous commencerons notre leçon avec le premier jeu de cartes. Une fois que toutes les cartes de la première série ont été tirées, ils commencent avec la deuxième série. Une fois qu'ils se sentent prêt, ils pourront passer au troisième jeu de cartes.

Modus operandi Ce travail se fait deux par deux, les deux élèves se plaçant face à face. Sur l'espace de travail, chaque élève place sa boîte, avec le couvercle tourné vers le haut et les deux trous dirigés vers lui. Dans cette boîte, chaque élève dépose son demi-mètre pliant. Ils prennent la première série de cartes et les battent. Une fois battu, le tas de cartes est placé face cachée sur la table. Le premier élève, que nous appellerons l'élève A, pioche une carte, prend connaissance de son contenu et la dépose face cachée sur la table devant lui. Il plonge ensuite ses mains dans la boîte. Son objectif va être de construire le triangle indiqué sur la carte à l'aide du demi-mètre pliant. Une fois qu'il a terminé, il prévient son camarade, l'élève B. Celui-ci soulève alors le couvercle de la boîte et découvre la construction faite par l'élève A. Il doit alors donner TOUTES les caractéristiques de la structure que l'élève A a formée. L'élève A note sur une feuille de papier à part ce que l'élève B vient de dire et retourne alors la carte qu'il avait prise et les deux élèves échangent alors sur le résultat. Si le triangle formé par l'élève A correspond au triangle indiqué sur la carte, il marque un point, sinon il n'en marque pas. Par caractéristique juste, l'élève B marque un point. Par caractéristique fausse, l'élève B perd un point. Les deux élèves tentent alors de trouver les autres caractéristiques de la structure formée par l'élève A qui n'ont pas été citées. Dans leur cahier de brouillon, ils divisent leurs pages en deux. Sur la partie de gauche ils tracent le triangle que l'élève A a construit. Sur la partie de droite, ils créent un tableau avec toutes les caractéristiques que ce triangle satisfait. Si à un certain moment les élèves ne sont pas d'accord, ils tentent de résoudre (dans le calme) leur différent. Si ce n'est pas possible, ils demandent l'intervention de l'enseignant pour qu'il donne son expertise. Une fois ce tour terminé, les deux élèves échangent de rôle.

Prenons un exemple très concret. L'élève A tire la carte *triangle équilatéral*. Dans la boîte l'élève déplie deux segments et les place de manière à créer un triangle équilatéral dont les côtés ont la longueur d'un segment du demi-mètre pliant. Il avertit son camarade qu'il a fini. Celui-ci soulève le couvercle et annonce : « Il s'agit d'un triangle équilatéral. Il est également isocèle et obtusangle ! »L'élève A retourne sa carte. Les deux s'accordent pour dire que le triangle formé par l'élève est le bon. L'élève A marque donc un point. Les deux élèves vérifient ensuite les caractéristiques citées par l'élève B. L'élève B marque un point pour avoir dit que le triangle est rectangle. Il marque un deuxième point pour avoir dit que le triangle était isocèle. Malheureusement, il perd un point pour avoir dit que le triangle est obtusangle. Finalement, l'élève B marque donc un point. Les deux élèves commencent alors à discuter des caractéristiques manquantes. Finalement, leur cahier de brouillon présentera une mise en page comparable à celle des figures 7 et 8.



triangle équilatéral
triangle isocèle
triangle acutangle

Figure 7 – Activité vocabulaire dans le triangle : Triangle équilatéral

Le deuxième jeu de cartes ne diffère du premier que par l'absence de représentation graphique. Dans le premier jeu par exemple, la carte du triangle isocèle comprenait le nom *triangle isocèle* ainsi qu'une figure d'un exemple de triangle isocèle. Dans le deuxième jeu, par contre, la carte du triangle isocèle ne contient que le nom. De leur côté, les règles du jeu décrites en première partie s'appliquent exactement de la même manière. De plus, les élèves ne devront noter les résultats obtenus dans leur cahier uniquement si des triangles qu'ils n'avaient pas encore obtenus ont été construits.

Le jeu de cartes numéro trois est par contre bien plus complexe. Certaines combinaisons sont impossibles, alors que d'autres sont redondantes. Il faut donc adapter légèrement les règles du jeu. Si l'élève A tire une carte qu'il est impossible de satisfaire, il obtient un point en disant que ce qui lui est demandé est impossible et on lui retranche un point s'il construit une figure alors que la figure demandée sur la carte n'existe pas. S'il tente une figure impossible à réaliser, il reçoit néanmoins un point pour chaque caractéristique remplie. À la fin du tour, les élèves ne devront noter les résultats obtenus dans leur cahier uniquement si des triangles qu'ils n'avaient pas encore obtenus ont été construits.

Imaginons par exemple que la carte demande à l'élève de construire un triangle plat acutangle. L'élève A ouvre alors les deux premiers segments du demi-mètre pliant de manière à obtenir un triangle plat et s'exclame qu'il a fini. L'élève B soulève le couvercle et annonce qu'il s'agit d'un triangle plat, obtusangle, isocèle. Les deux élèves n'arrivent pas à se mettre d'accord et demandent l'avis de l'enseignant. Ce dernier explique alors que dans un triangle plat, l'angle au sommet qui se trouve entre les deux autres sommets vaut 180°. Le triangle plat n'est donc ni acutangle ni obtusangle. On retranche donc un point à l'élève A pour avoir voulu construire quelque chose qui n'existe pas. Mais comme il a néanmoins construit un triangle plat, il obtient un point. Ceci lui fait un total de zéro point. L'élève B obtient un point pour avoir dit que le triangle est plat. Il obtient un deuxième point pour avoir dit que le triangle est isocèle. Finalement, on lui retranche un point pour avoir dit qu'il s'agissait d'un triangle obtusangle. Cela lui donne un total d'un point. Dans leur cahier de brouillon (s'ils n'avaient pas encore eu ce cas de figure) les élèves inscrivent :

triangle plat
triangle isocèle

Figure 8 – Activité vocabulaire dans le triangle : Triangle plat

Il va de soi que l'élève qui, à la fin de l'heure, a le plus de points gagne.

Le problème du triangle rectangle Cet exercice est très facile à réaliser. On construit facilement tous les types de triangles à l'exception des triangles rectangles. L'étude du théorème de Pythagore nous a appris que le triplet pythagoricien non-trivial le plus simple était la donnée (3,4,5). Malheureusement, pour réaliser ce triplet pythagoricien à l'aide du demi-mètre pliant, il faudrait au moins $3+4+5=12$ segments. Or le nôtre n'en possède que 10. Il serait véritablement judicieux d'en ajouter au moins deux de plus. On pourrait alors même introduire le Théorème de Pythagore avec le demi-mètre pliant en suivant fidèlement la légende historique.

Dans notre cas, nous allons contourner le problème : Nous préviendrons les élèves que les triangles rectangles sont un peu spéciaux et qu'il faut s'imaginer que les parties de segments qui *dépassent* ne font plus partie du triangle.

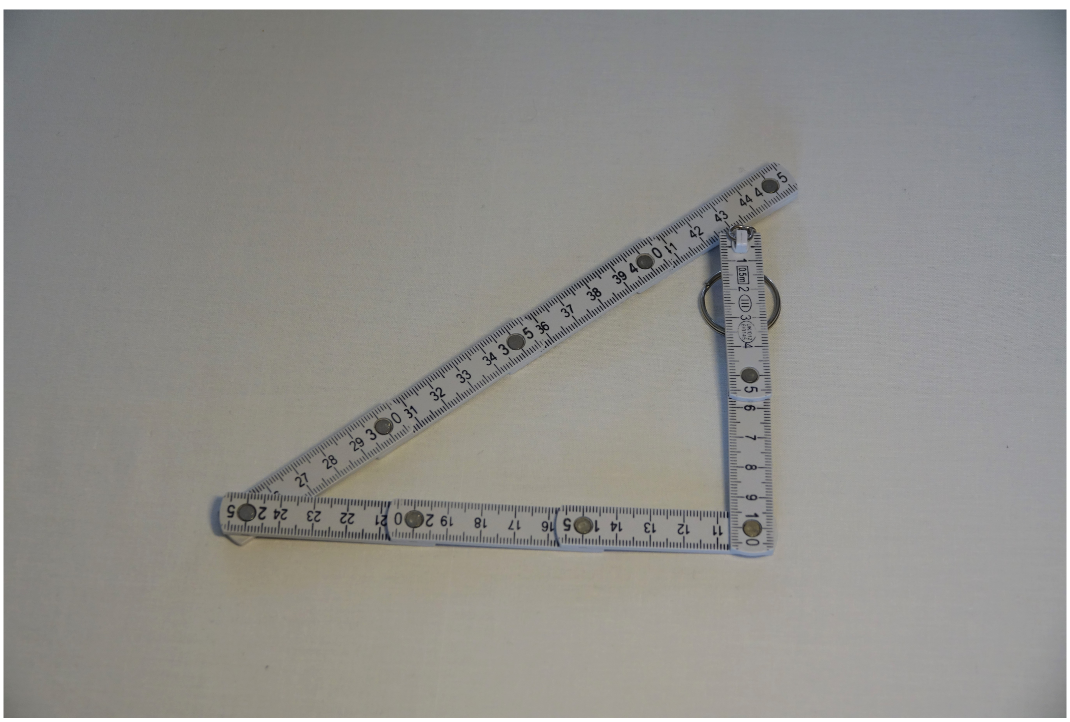


Figure 9 – Approximation d'un triangle rectangle avec notre demi-mètre pliant

Conclusion Selon moi, ceci est un exemple typique d'une manière montessorienne d'utiliser le demi-mètre pliant à des fins pédagogiques. D'un côté, de par la boîte à chaussures, on force l'élève à faire l'expérience des différents triangles uniquement avec son sens du toucher. L'autre élève doit quant à lui se servir du sens de la vue. De cette manière, l'exercice que nous avons proposé ici permet clairement de lier ces deux sens. D'un autre côté, le demi-mètre pliant agit de nouveau comme un véritable pont entre le concret et l'abstrait. Dans notre cas le concret est représenté par les différents types de triangles que l'élève a formés avec le demi-mètre pliant. L'abstrait est quant à lui d'une part les noms qui ont été donnés aux différents triangles et d'autre part les propriétés que renferment les différents noms.

15.2.2 Approcher π

Contexte Les élèves viennent d'apprendre le vocabulaire dans le cercle. Le vocabulaire suivant est supposé connu :

- cercle,
- rayon,
- diamètre,
- arc de cercle et
- corde.

Nous voulons introduire la formule de calcul de périmètre d'un cercle. Pour ce faire, nous devons trouver le nombre irrationnel π. Le chapitre sur la proportionnalité est supposé connu.

Structure Pour ce faire, l'élève doit découvrir que le périmètre d'un cercle est proportionnel à son diamètre. Il doit donc mesurer le diamètre de différents cercles ainsi que leur rayon et noter ses observations sur une feuille. Alternativement, l'on peut recourir à un tableau, comme Microsoft Excel. Ceci permettrait à l'élève d'acquérir des connaissances de ces programmes qui lui seront utiles s'il choisit une orientation scientifique. À l'aide de ces données il devra découvrir la constante de proportionnalité qui sera π aux erreurs expérimentales près.

Ensuite, l'élève tentera de confirmer la justesse de ses calculs en mesurant différents objets de son environnement direct. Il fera ensuite également des mesures semblables sur des objets qui ne présentent pas de section en forme de disque et remarquera que pour de tels objets, la formule qu'il a établie plus haut n'est pas valable.

Modus operandi Préalablement, l'enseignant a imprimé à l'aide d'une imprimante 3d une série cylindres dont les diamètres sont des entiers naturels. L'élève dispose d'une ficelle, du demi-mètre pliant et d'une très petite pince à linge. L'élève doit entourer le disque avec la ficelle et mettre la pince à linge à l'endroit où la ficelle fait un tour. Il doit ensuite mesurer, à l'aide du demi-mètre pliant, la distance entre l'extrémité de la ficelle et la pince à linge. Cette distance est égale au périmètre du cercle. L'élève mesure alors le rayon du cercle à l'aide du demi-mètre pliant. Il note ces deux grandeurs dans son cahier. Il répète cette procédure pour tous les cylindres que l'enseignants lui a fourni. À l'aide de ses mesures, l'élève doit voir que lorsque le diamètre est doublé, le périmètre l'est également. En d'autres termes, son tableau doit lui rappeler ceux qu'il faisait lors du chapitre sur la proportionnalité et lorsqu'il a appris la règle de trois. L'élève doit alors diviser le périmètre par le diamètre et trouver ainsi la constante de proportionnalité π.

Une fois que l'élève a trouvé la valeur de π, il va la vérifier en effectuant la mesure des diamètres et des périmètres des cylindres de son environnement immédiat. Par exemple, l'élève peut effectuer ses mesures sur son tube de colle, sur une colonne Morris, sur une rampe d'escalier, etc. Finalement, l'enseignant étendra la définition du diamètre à chaque objet, en expliquant qu'un diamètre d'un objet est la distance maximale entre deux points de cet objet. Les élèves effectueront ensuite les mêmes mesures que précédemment mais sur des objets qui ne présentent pas de section circulaire, comme par exemple leur Tip-Ex, un vase qui présente une forme plus complexe, leur apple pencil, etc.

Il est recommandé que l'enseignant s'immisce le moins possible dans les activités des élèves. Il doit également essayer de s'abstenir de donner des consignes pour les mesures. Il faut que les élèves trouvent la méthode d'eux-mêmes. L'enseignant doit uniquement intervenir lorsque l'élève est en claire difficulté.

Conclusions Lors de cet exercice, le demi-mètre pliant agit comme n'importe quelle autre règle. Au contraire des applications que nous avons citées plus haut, il n'est pas l'élément central dans ce cas-ci. Pourtant, même si son rôle est moins mis en avant, il n'en est pas moins primordial. Il pourrait être remplacé par une règle, mais cela limiterait l'élève dans le choix d'objets de dimensions plus modestes. On pourrait prendre alors une règle d'un demi-mètre, mais dans ce cas, c'est le transport qui pose problème. On pourrait faire toutes les mesures avec un mètre-ruban, mais dans ce cas, on perd en précision.

L'objectif du demi-mètre pliant dans notre cas est de faire le lien entre les dimensions d'objets du quotidien dont la base est un cercle ou un disque (comme un cylindre vide ou plein, par exemple) et la valeur π. On bâtit donc un nouveau un pont entre le concret et l'abstrait avec le demi-mètre pliant. De plus, on remarque dans cette leçon un exemple typique de ce que représente la liberté dans la méthode Montessori. L'élève est libre de travailler à sa vitesse et il est libre de se déplacer dans son environnement.

L'enseignant se tient davantage en retrait et l'action est centrée sur l'élève. À la lumière de tous ces faits, on peut dire que cette leçon s'exécute à nouveau selon la méthode Montessori. Dans ce cas, par contre, on ne peut argumenter que le demi-mètre joue le rôle d'un élément du matériel sensoriel Montessori, puisque son rôle n'est pas central dans la leçon.

Il est possible de changer légèrement la leçon de manière à ce que le demi-mètre pliant redevienne l'élément central. Comme vous pouvez le voir dans la figure 10, nous pouvons disposer les segments du demi-mètre pliant de manière à créer un polygone circonscrit à l'objet. Ceci nous donne une approximation de son périmètre et nous permet ensuite d'approcher π. Mais cette manière de procéder est très imprécise (avec les données de la figure 10 - périmètre d'environ $30cm$ et diamètre de $7{,}5cm$ - on trouve $\pi \approx 4$).

15.2.3 Calcul d'aires et de périmètres

Contexte Dans une classe du cycle inférieur, on vient d'introduire les formules pour calculer l'aire et le périmètre de formes géométriques fondamentales, à savoir :

- le triangle,
- le carré,
- le rectangle,
- le parallélogramme,
- le losange,
- le trapèze et
- le disque.

On veut maintenant solidifier ce savoir et ancrer profondément ces formules dans l'esprit des élèves.

Structure On crée trois jeu de cartes différents. Le premier comprend uniquement les noms des formes géométriques fondamentales ainsi que leur spécificité, par exemple *triangle équilatéral avec 9 segments*. Le deuxième contient les images de structures que l'on peut former avec le demi-mètre pliant. Le troisième jeu de cartes contient un défi, par exemple *avec 8 segments, construis le rectangle renfermant la plus grande aire*.

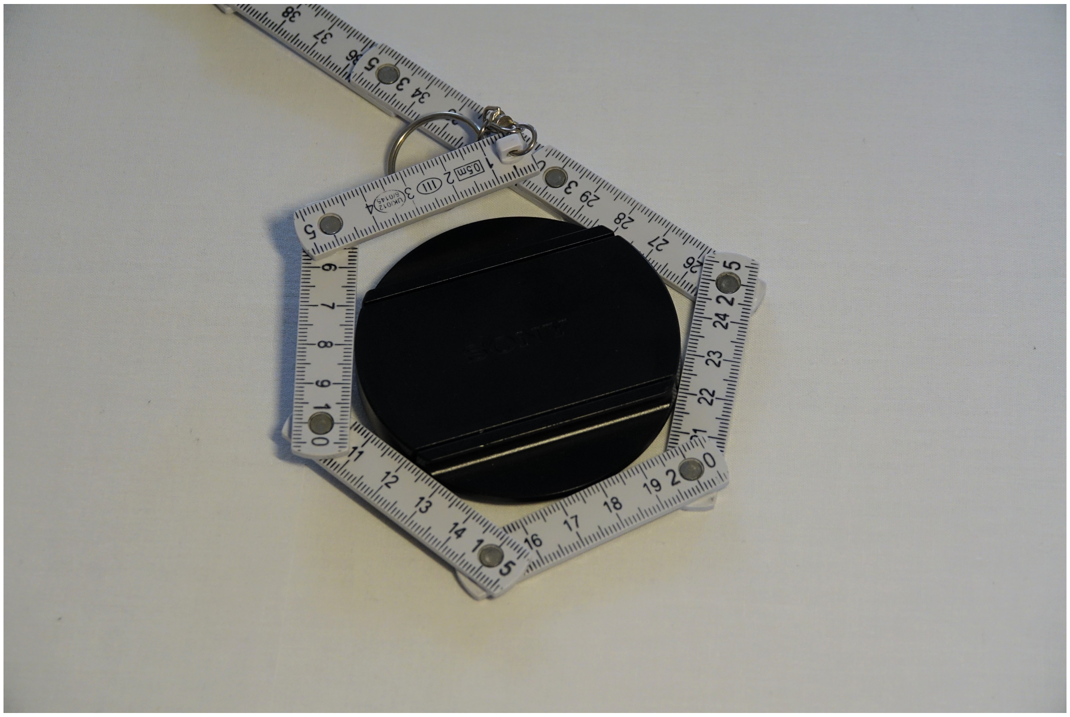
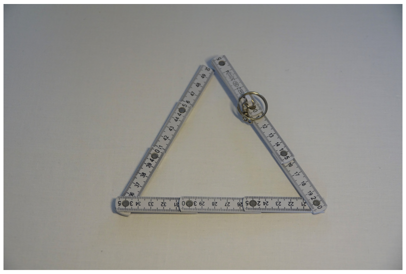


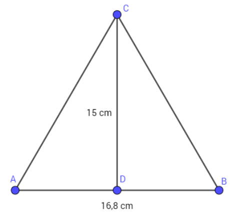
Figure 10 – Comment approximer π à l'aide du demi-mètre pliant

Modus operandi Chaque élève dispose de son demi-mètre pliant, d'une règle additionnelle et d'un exemplaire des trois jeux de cartes. On commence par choisir si l'on décide de considérer l'aire des structures intérieures ou extérieures. Une fois que ce choix a été pris, l'élève bat les cartes de la première série et les place en tas, face cachée devant lui. Il pioche la première. La carte fait office de bon de commande. Il doit suivre les instructions et construire avec le demi-mètre pliant ce qui lui est demandé. Ensuite, il doit calculer l'aire de la structure qu'il vient de créer. Il divise les pages de son cahier de brouillon en deux. Sur la partie gauche, l'élève trace, à l'échelle de son choix, la figure qui lui était demandée en annotant les différentes longueurs dont il a eu besoin pour calculer l'aire. Sur la partie de droite, il détaille le calcul d'aire. Il faut néanmoins noter que les imprécisions de mesure seront plus importantes qu'à la normale parce qu'en plus des erreurs usuelles, on observera également des imprécisions dans la construction. Mais ce n'est pas grave. Le but n'est pas d'avoir un résultat irréprochable, mais bien de s'entraîner à reconnaître et à appliquer les formules du cours.

Reprenons l'exemple déjà mentionné plus haut du triangle équilatéral avec 9 segments et supposons qu'on se soit mis d'accord pour considérer l'aire de la structure extérieure. L'élève doit reconnaître que le périmètre d'un triangle équilatéral vaut trois fois la longueur d'un de ses côtés. Il doit alors remarquer que les côtés du triangle qu'on lui demande de réaliser est composé de 3 segments. Il construit ensuite cette figure et procède aux mesures. Finalement il en calcule l'aire.

Une fois que l'élève a épuisé les cartes de la première série, il peut alors mélanger les cartes de la deuxième série et les déposer en tas face cachée devant lui. Ces cartes se distinguent de celles de la première série par le fait que cette fois, les figures sont dessinées dessus et non plus citées nominativement. Ceci est dû au fait que dans cette série, les figures sont plus compliquées. Ce sont des juxtapositions de certaines figures que l'élève a déjà rencontrées lors de la première série. Cette série de cartes doit lui apprendre à décomposer des figures plus compliquées en figures géométriques fondamentales dont il additionnera les aires pour trouver l'aire totale. De nouveau, l'élève divisera les pages de son cahier de brouillon en deux. Sur la moitié gauche, il réalise un graphique à l'échelle et sur la partie droite, il





$$\begin{aligned} \mathcal{A}(ABC) &= \tfrac{\text{base}\cdot\text{hauteur}}{2} \\ &= \tfrac{AB\cdot CD}{2} \\ &\approx \tfrac{16{,}8\cdot 15}{2} \\ &\approx \tfrac{16{,}8\cdot 15}{2} \\ &\approx 126\ cm^2. \end{aligned}$$

Figure 11 – Aire du triangle équilatéral formé avec 9 segments

détaille son calcul d'aire.

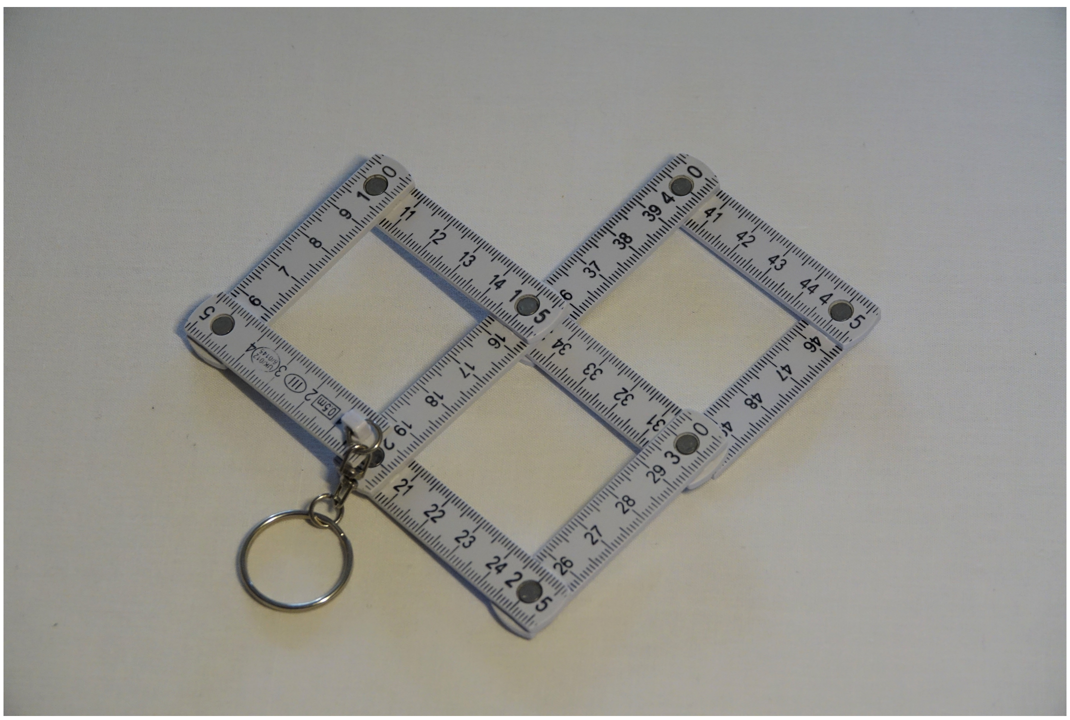
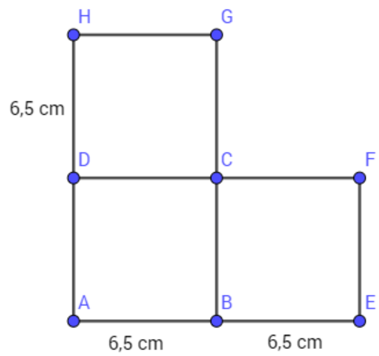


Figure 12 – Le *cœur*

Supposons par exemple que l'élève ait tiré la carte lui demandant de faire un *cœur*, c'est à dire une structure composée de 3 carrés ayant un sommet commun tels chaque carré partage un unique côté avec les carrés voisins (voir figure 12). Après avoir construit la figure et fait les mesures nécessaires, l'élève écrit dans son cahier de brouillon une production proche de la figure 13.

Ensuite vient la troisième série de cartes. Comme déjà annoncé en préambule, cette série constitue davantage un défi que les autres. À travers des deux premières séries, on a voulu créer chez l'élève une sensibilité au sujet du calcul d'aire. On vise dans cette troisième série qu'il mette en œvre cette sensibilité pour comparer deux aires entre elles. Le but pour lui sera de maximiser l'aire par rapport au périmètre et de remarquer des propriétés fondamentales chez certaines formes.

Supposons que l'élève vienne de tirer la carte qui lui demande de construire avec 8 segments le rectangle



$$\begin{aligned}\mathcal{A}(ABCD) &= longueur^2\\ &= AB^2\\ &\approx 6{,}5^2\\ &\approx 42{,}25cm^2\\ \mathcal{A}(BEFC) &= longueur^2\\ &= BE^2\\ &\approx 6{,}5^2\\ &\approx 42{,}25cm^2\\ \mathcal{A}(CDHG) &= longueur^2\\ &= DH^2\\ &\approx 6{,}5^2\\ &\approx 42{,}25cm^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(\text{cœur}) &= \mathcal{A}(ABCD)+\mathcal{A}(BEFC)+\mathcal{A}(CDHG)\\ &\approx 42{,}25+42{,}25+42{,}25\\ &\approx 126{,}75cm^2\end{aligned}$$

Figure 13 – Calculer l'aire du cœur

renfermant la plus grande aire possible. L'élève doit alors créer les différents rectangles possibles et sélectionner le bon. Il n'y a dans notre cas que deux rectangles possibles, à savoir le rectangle dont la longueur est constituée de 3 segments et la largeur d'un segment et celui dont la longueur et la largeur sont constituées de 2 segments. Il est fort probable que le deuxième cas soit complètement oublié par l'élève parce qu'il s'agit également d'un carré et qu'il ne fera peut-être pas immédiatement le raisonnement qu'un carré est également un rectangle. Dans son cahier, l'élève doit recopier la question et y répondre par une représentation graphique. Il effectuera aussi le calcul d'aire en question, comme précédemment.

Conclusions Dans notre cas, le demi-mètre pliant agit à nouveau comme un élément du matériel sensoriel Montessori à part entière. Il est l'objet central de la leçon et doit agir comme un pont entre la forme construite de manière physique et la forme dessinée sur le papier. Ces exercices sont individuels et offrent donc une large liberté pour chaque élève qui peut évoluer à sa propre vitesse. Le but est de développer l'intelligence de l'élève dans le domaine du calcul d'aire. Il doit acquérir au fur et à mesure une sensibilité qui lui permettra d'une part d'analyser une forme complexe et de la subdiviser en plusieurs formes géométriques fondamentales pour en calculer l'aire et d'autre part de pouvoir anticiper laquelle parmi deux formes géométriques renferme la plus grande aire sans nécessairement devoir passer par l'étape de la construction. À nouveau, le rôle de l'enseignant est d'être en retrait et de n'apporter son expertise que si c'est absolument nécessaire.

15.2.4 La relation de Chasles

Contexte Les élèves viennent d'apprendre le concept de vecteurs. Ils savent désormais qu'en mathématiques, un vecteur est défini par trois caractéristiques à savoir :

- direction,
- sens et
- norme.

Ils connaissent également le sens géométrique de ces termes. Ils savent donc par extension, qu'à la différence de la physique, les vecteurs en mathématiques ne dépendent pas du point d'application. Ils savent donc également qu'en mathématiques, on ne parle pas *du* vecteur, mais d'un *représentant du* vecteur. Les élèves ont appris à multiplier un vecteur par un scalaire. Nous voulons désormais introduire la notion de somme de vecteurs et par conséquent, la notion de relation de Chasles. Nous venons ainsi d'expliquer que pour additionner deux vecteurs on prend un représentant de chaque vecteur de manière à ce que l'origine du second coïncide avec l'extrémité du premier. Le vecteur que nous cherchons est celui dont un représentant a la même origine que le premier vecteur et la même extrémité que le second. En d'autres termes, ils viennent de voir la procédure pour additionner deux vecteurs graphiquement, à savoir :

Étape 1 **Étape 2** **Étape 3**

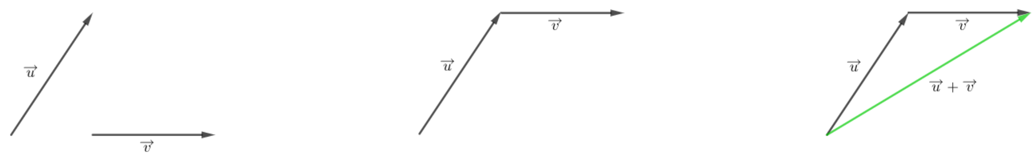


FIGURE 14 – Addition de vecteurs

On vient donc également d'introduire le principe de la relation de Chasles, à savoir

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Nous voulons maintenant ancrer ces connaissances par le biais d'exercices.

Structure Cette fois-ci, nous travaillons avec une fiche d'exercices. Chaque exercice contient plusieurs vecteurs, situés les uns à côté des autres, dont les normes sont des multiples des longueurs d'un segment du demi-mètre pliant. L'élève place le demi-mètre pliant fermé sur le premier vecteur. Il va l'ouvrir par le bas de manière à ce que l'extrémité du demi-mètre pliant coïncide avec l'origine du premier vecteur. Ensuite il va faire glisser le demi-mètre pliant (en veillant à ne pas faire de rotation) jusqu'à ce que le premier segment non déplié atteigne le deuxième vecteur. Il ouvre alors le demi-mètre à nouveau de manière à ce que les nouveaux segments dépliés épousent parfaitement le deuxième vecteur et il répétera ce geste pour les prochains vecteurs. Ensuite (toujours en évitant tout mouvement de rotation) il glissera le demi-mètre pliant sur la partie de sa feuille prévue à cet effet et fera sur celle-ci des marques au niveau des extrémités du demi-mètre pliant. Il ne reste qu'à tracer un segment entre ces deux points et à inscrire une flèche sur le dernier des points marqués. Ce vecteur est la somme de tous les autres.

Conclusions Vous l'aurez certainement remarqué, dans cet exercice, on ne fait nullement allusion au cahier de brouillon de l'élève. La raison est très simple. Les exercices que l'on fait ici n'ont pour but que de lier le sens de la vue, que l'on utilise en général en effectuant l'addition de vecteurs de manière usuelle, au sens du toucher que l'on utilise ici. Or dans notre cas, cette seconde approche n'apporte, d'un point de vue purement mathématique, aucun bénéfice par rapport à la méthode usuelle. Les avantages de cette méthode sont cachés. Utiliser le demi-mètre pliant peut en effet jouer le rôle d'un moyen de mémorisation pour que l'élève se rappelle toujours comment additionner deux vecteurs. De

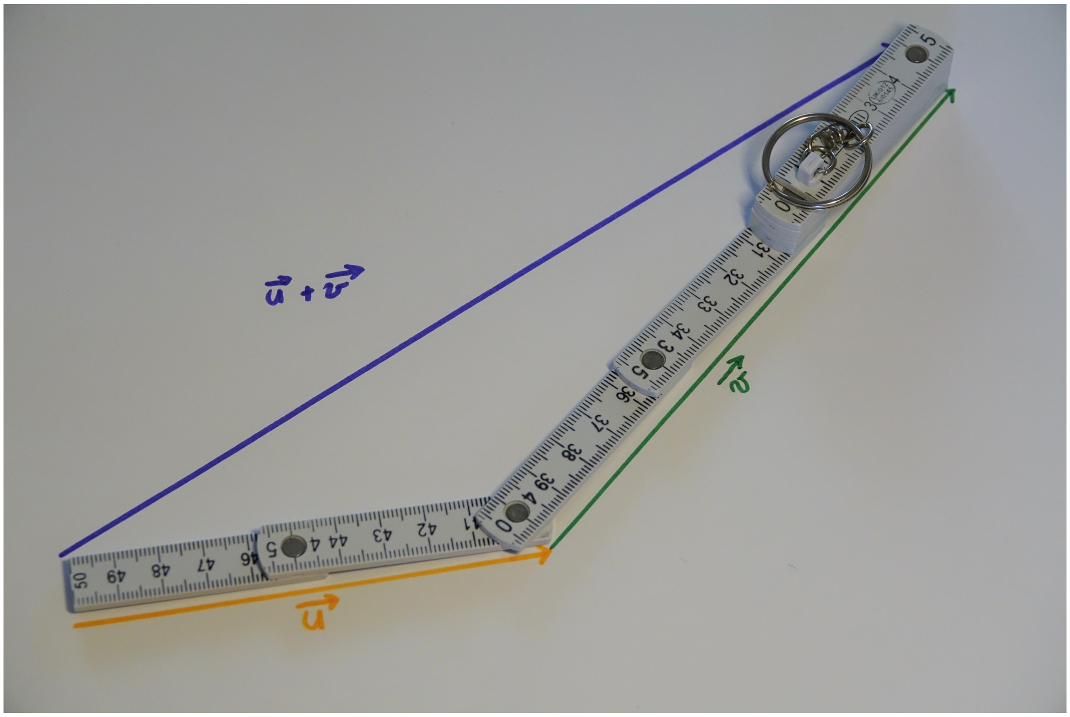


Figure 15 – Additionner deux vecteurs à l'aide du demi-mètre pliant

plus, ces manipulations vont préparer le point ci-après et vont permettre à l'élève de faire le lien entre les composantes d'un vecteur et l'addition de vecteurs.

Même si cette activité n'a que pour vocation de préparer une leçon future, nous remarquons que le demi-mètre pliant agit partiellement comme un élément du matériel sensoriel Montessori. D'un côté, il offre à nouveau à chaque élève la liberté d'action et fait appel à plusieurs sens chez l'élève. Ainsi celui-ci développe une sensibilité multisensorielle envers l'addition de vecteurs. Par contre, le demi-mètre pliant ne fait pas le lien entre quelque chose de concret et quelque chose d'abstrait. Le concept abstrait d'addition de vecteurs est résumé en deux points sur une feuille de papier, mais cela reste évidemment abstrait et l'élève ne peut le rattacher à quelque chose de concret.

15.2.5 Les composantes d'un vecteur

Contexte Les élèves viennent de terminer le chapitre général sur les vecteurs. Le produit d'un vecteur par un scalaire, la relation de Chasles, la règle du parallélogramme sont supposés connus et les élèves viennent de prouver que le centre de gravité d'un triangle ABC est un point G tel que

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}.$$

Maintenant, notre but va être de transposer ces connaissances dans un repère cartésien orthonormé. Pour ce faire, nous devons introduire la notion de composantes d'un vecteur. Ce sera l'objet de la leçon que nous allons présenter ci-dessous.

Structure Nous allons distribuer aux élèves trois fiches, chacune comportant un repère cartésien orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$. La première fiche contient un repère othonormé dont le norme équivaut à la longueur d'un segment du demi-mètre pliant ainsi des instructions et des questions de compréhensions dans un langage mathématique totalement informel. L'enseignant détaillera d'ailleurs que le langage n'est pas souhaité et qu'il est employé uniquement dans un but de faciliter la compréhension. Sur la deuxième fiche, on donne à l'élève des vecteurs dans un repère cartésien identique à celui de la première fiche et il doit en trouver les composantes. Enfin la troisième fiche sera identique à la deuxième mais avec un repère orthonormé qui sera légèrement différent de celui utilisé lors de la fiche 2. La norme des vecteurs de base sera en effet le tiers des normes utilisées précédemment.

Modus operandi Commençons avec la première fiche. Des instructions sur celle-ci pourraient être de la forme

1. *Construire un vecteur dont l'origine est l'origine du repère et qui s'étend de trois unités vers la droite et de deux unités vers le haut.*
2. *Construire un vecteur dont l'origine est le point de coordonnées* $(-1,-2)$ *et qui s'étend de trois unités vers la droite et de deux unités vers le haut.*

Que constatez-vous ?

L'élève va ainsi déplier trois segments dans le sens croissant de l'axe des abscisses et deux dans le sens croissant de l'axe des ordonnées. Le vecteur qu'il cherche est celui allant de l'extrémité basse gauche à l'extrémité haute droite. Il doit ensuite le tracer dans le repère cartésien sur sa feuille. Il en fera de même pour le second vecteur. Il doit alors remarquer qu'il s'agit de deux représentants d'un même vecteur. En d'autres termes, cela montre que dans un repère cartésien, un vecteur est entièrement déterminé par le nombre d'unités selon lesquels il s'étend vers la droite et vers le haut. On explique aux élèves que ces nombres sont appelés les composantes du vecteur et que dans notre cas, on note

$$\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Grâce à l'utilisation du demi-mètre pliant pour enseigner la relation de Chasles, les élèves devraient immédiatement voir le lien entre les composantes et la relation suivante

$$\overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}.$$

Nous en arrivons ensuite à la deuxième fiche. Celle-ci comprend des vecteurs placés dans un repère orthonormé identique à celui de la première fiche. L'élève doit alors trouver les composantes des vecteurs. On lui conseille dans un premier temps de construire les composantes du vecteur avec le demi-mètre pliant avant de s'affranchir au fur et à mesure de l'utilisation de celui-ci pour pouvoir effectuer les raisonnements immédiatement au niveau abstrait. Le but est que l'élève, par le biais de questions posées en ce sens, commence à reconnaître et comprendre la formule suivante

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}.$$

Nous en arrivons ensuite à la dernière fiche. Celle-ci est quasiment identique à la fiche numéro 2. Le seul changement intervient dans la norme des vecteurs de base. Ceci doit obliger l'élève à s'affranchir définitivement de l'aide que lui fournit le demi-mètre pliant. Néanmoins, le changement de norme est fait de telle manière qu'un élève qui n'est pas encore prêt puisse toujours s'aider du demi-mètre pliant au moyen de calculs. Mais ces calculs, bien que simples sont assez fastidieux et vont encourager l'élève à faire ses développements immédiatement dans le niveau abstrait. Un autre avantage du changement de norme est qu'il montre que, bien que les composantes des vecteurs soient indépendantes de la position de l'origine du repère, celles-ci sont dépendantes de la norme des vecteurs de base.

Pour toutes ces fiches les élèves ne doivent rien inscrire dans leurs cahiers. Ils doivent immédiatement répondre et inscrire leurs réponses sur leurs fiches.

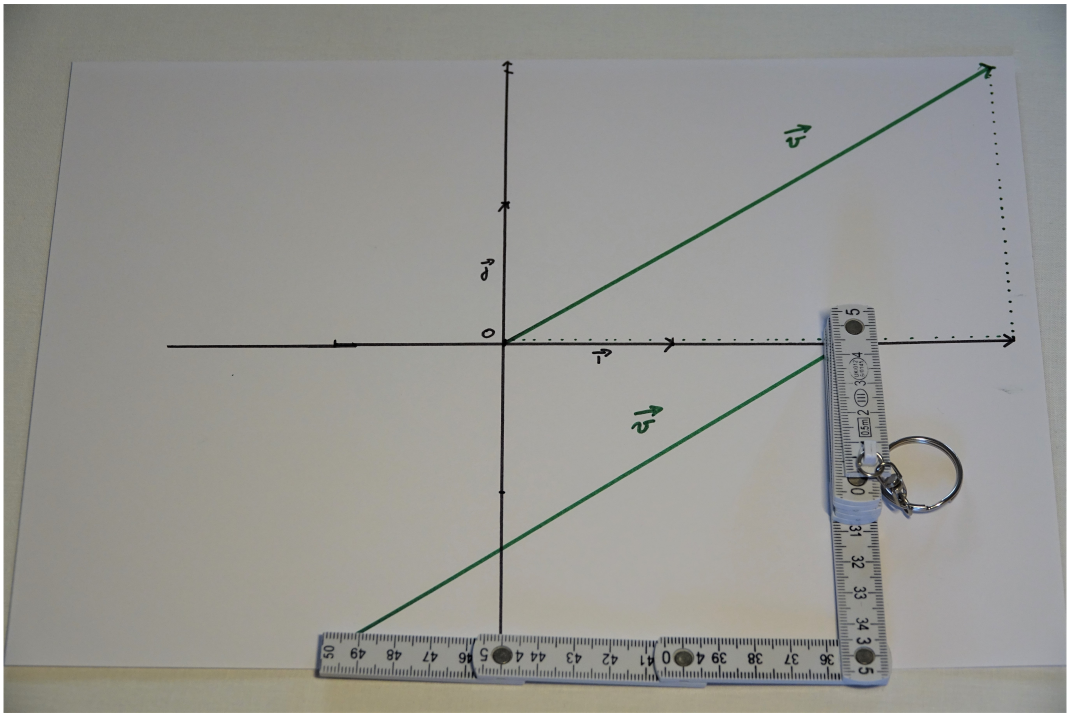


Figure 16 – Les composantes d'un vecteur illustrées à l'aide du demi-mètre pliant

Conclusions Pour cette leçon, le demi-mètre pliant agit de nouveau comme un objet de la panoplie du matériel sensoriel. Il crée le lien entre les nombres qui apparaissent dans les composantes des vecteurs et leur signification concrète. On tente de développer la sensibilité des élèves à toutes les représentations possibles de vecteurs et à ce que ces représentations impliquent. Ceci doit faciliter l'apprentissage des formules mentionnées ci-dessus. Les élèves possèdent également une liberté individuelle d'action et peuvent évoluer à leur rythme et utiliser le demi-mètre pliant aussi longtemps que nécessaire. Le but est néanmoins d'amener les élèves à effectuer leurs réflexions au niveau abstrait. On attend donc d'eux qu'au terme de la leçon, ils soient capables de trouver les composantes d'un vecteur sans devoir passer par l'aide du demi-mètre pliant.

15.3 Les probabilités

On peut utiliser le demi-mètre pliant à des fins pédagogiques dans un autre pilier des mathématiques, à savoir la probabilité. Comme nous le verrons, il va surtout être intéressant à utiliser dans un but d'énumération dans le domaine de la combinatoire.

15.3.1 Introduction à la combinatoire

Contexte Les élèves viennent de terminer le chapitre sur la probabilité discrète élémentaire. Ils connaissent le vocabulaire relatif et savent résoudre tous les problèmes qui ne demandent pas de combinatoire. Dans la première leçon de l'introduction à la combinatoire, les élèves ont eu une introduction à l'opération factorielle et juste avant cette leçon, ils viennent d'apprendre à connaître les termes suivants :

- arrangement avec répétition de n objets pris p à p, noté B_n^p,
- arrangement sans répétition de n objets pris p à p, noté A_n^p,
- permutation de n objets, notée P_n et
- combinaison sans répétition de n objets pris p à p, notée C_n^p.

Pour chacun de ces termes, nous voulons trouver la formule nous donnant le dénombrement, c'est à dire :

$$B_n^p = n^p; \quad A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}; \quad P_n = n!; \quad C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$$

Structure Cette leçon est prévue pour être donnée sous forme de travail en petits groupes guidés par des fiches détaillées. Nous allons introduire ces formules en citant pour chaque formule un cas concret. Ensuite on répétera ce raisonnement sur un objet général. Comme cas concret, nous allons compter le nombre de positions possibles d'un nombre déterminé de segments du demi-mètre pliant sous les conditions que l'angle formé par deux segments voisins doit être un multiple de 90° et que le premier segment du demi-mètre pliant doit être soit perpendiculaire, soit parallèle à la ligne d'épaule de l'élève. Nous introduisons également les notations suivantes :

1. Si le sens croissant des nombres du segment va vers l'avant par rapport à l'élève, on dit que le segment est orienté <u>nord</u> et on note cette événement par A.
2. Si le sens croissant des nombres du segment va vers la droite par rapport à l'élève, on dit que le segment est orienté <u>est</u> et on note cette événement par B.
3. Si le sens croissant des nombres du segment va vers l'arrière par rapport à l'élève, on dit que le segment est orienté <u>sud</u> et on note cette événement par C.
4. Si le sens croissant des nombres du segment va vers la gauche par rapport à l'élève, on dit que le segment est orienté <u>ouest</u> et on note cette événement par D.

Chaque segment peut donc avoir exactement quatre positions, à savoir les événements A, B, C ou D. Nous notons les configurations du demi-mètre pliant par une chaîne de lettres (par exemple $AADBA$) où la lettre en i-ème position donne la position du i-ème segment du demi-mètre pliant (dans l'exemple que nous venons de donner, le 3e segment du demi-mètre pliant est orienté est).

Modus operandi Remarquons d'abord que dans toutes ces formules, le nombre n représente le nombre de positions que peut prendre un segment du demi-mètre pliant. On a donc logiquement $n = 4$.

Commençons avec les arrangements avec répétition de 4 objets pris p à p. Ceci signifie que chaque segment peut prendre n'importe laquelle des positions A, B, C et D et que l'ordre des segments joue un rôle, à savoir que la configuration AB est différente de la configuration BA, par exemple. Pour débuter, nous posons $p = 1$. Cela signifie que l'on compte le nombre de différentes configurations que l'on peut obtenir avec un seul segment du demi-mètre pliant. Évidemment, il y en a 4, à savoir A, B, C ou D. Passons ensuite au cas $p = 2$. L'élève doit remarquer que pour chaque position du premier segment, il a quatre positions possibles pour le deuxième. Il y a donc $4 \cdot 4 = 16$ possibilités. De même, pour $p = 3$, l'élève doit remarquer que pour chaque position des deux premiers segments, il y a quatre positions possibles pour le troisième segment. Cela donne dont $16 \cdot 4 = 64$ possibilités. En continuant de cette manière, l'élève doit remarquer que pour chaque p, il y a 4^p possibilités. Ainsi, si chaque segment pouvait prendre n positions, c'est-à-dire en remplaçant 4 par n, on trouve n^p possibilités. Par

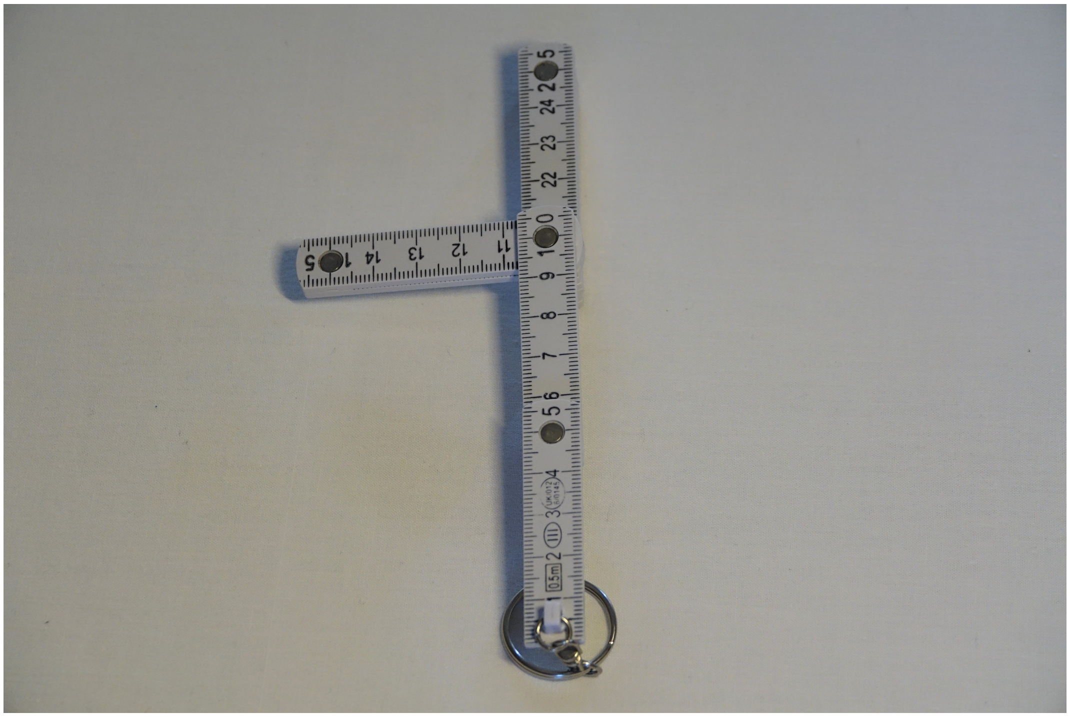


Figure 17 – Orientation $AADBA$

conséquent

$$B_n^p = n^p.$$

Continuons ensuite avec les arrangements sans répétition de 4 objets pris p à p. Cela signifie que les segments ne peuvent prendre que les positions n'ayant pas déjà été prises par les segments qui les précèdent. C'est-à-dire, le premier segment verrouille une position que ses successeurs ne pourront plus prendre. Le deuxième segment verrouille ensuite une autre position parmi les 3 restantes. De même, le troisième segment verrouille l'une des deux positions restantes. Pour le quatrième segment, il n'existe plus qu'une seule position possible. Le cinquième n'a plus de position disponible. On en déduit que si $p > 4$, alors il n'y a aucun cas possible, justifiant l'utilisation de la condition $p \leqslant n$. Notons également que dans notre configuration, l'ordre des segments joue un rôle. On commence alors pour le cas $p = 1$. De la même manière que précédemment, il y a quatre possibilités pour placer le segment. La première différence avec le point précédent arrive lorsque $p = 2$. En effet, pour chacune des quatre positions que peut prendre le premier segment, le second segment peut prendre toutes les positions à l'exception de celle déjà prise par le premier segment. On a donc en tout $4 \cdot 3 = 12$ possibilités. Pour $p = 3$, l'élève doit remarquer que pour chacune des 12 positions que peuvent prendre les deux premiers segments, le troisième segment peut prendre 2 positions, à savoir les deux que n'ont pas encore prises les segments qui le précèdent. On a donc $12 \cdot 2 = 24$ possibilités. Si on prend $p = 4$, pour chacune des 24 possibilités de positions que peuvent prendre les trois premiers segments, le quatrième peut prendre exactement une position, à savoir celle qui n'a pas encore été prise par les autres segments. En d'autres termes, on a exactement $24 \cdot 1 = 24$ possibilités. On en arrive au tableau suivant :

En demandant aux élèves de réécrire ces résultats sous forme de factorielles ils devraient trouver la formule suivante, pour $p \leqslant 4$:

$$A_4^p = \frac{4!}{(4-p)!}.$$

p	A_4^p	
1	4	
2	12	$= 4 \cdot 3$
3	24	$= 4 \cdot 3 \cdot 2$
4	24	$= 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Table 2 – Arrangements sans répétition de 4 objets pris p à p

En répétant ce raisonnement pour un certain n, on trouve pour $p \leqslant n$:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}.$$

Nous en arrivons ensuite à la permutation de n objets. Pour ce point, il n'y a rien à faire si ce n'est de remarquer que $P_n = A_n^n$.

Enfin pour le dernier point, nous procédons à nouveau comme lors des deux premiers, en procédant à tâtons. Nous sommes dans le même cas de figure que dans le deuxième cas, si ce n'est que l'ordre ne joue pas de rôle. C'est à dire AB et BA sont les mêmes éléments. De la même manière que pour le point 2, on trouve la condition $p \leqslant n$. Comme précédemment, pour $p = 1$, on trouve 4 possibilités. Pour $p = 2$, on se rapporte à A_4^2 et on remarque que A_4^2 reprend tous les éléments de C_4^2 exactement deux fois (puisque l'ordre jouait un rôle dans le point 2 et plus maintenant). Ainsi on trouve C_4^2 en divisant par 2 A_4^2. Pour $p = 3$, A_4^3 renferme tous les éléments de C_4^3 6 fois. En effet, 6 est le nombre de permutations que l'on peut faire avec 3 objets. Il suffit donc de diviser A_4^3 par 6 pour obtenir C_4^3. Finalement, pour $p = 4$, toutes les orientations apparaissent exactement une fois. Il n'existe alors qu'une seule possibilité. On obtient donc le tableau suivant :

p	C_4^p	
1	4	
2	6	$= A_4^2/2$
3	4	$= A_4^3/6$
4	1	$= 1$

Table 3 – Combinaisons sans répétition de 4 objets pris p à p

En demandant aux élèves de réécrire ces résultats sous forme de factorielles ils devraient trouver la formule suivante, pour $p \leqslant 4$:

$$C_4^p = \frac{4!}{(4-p)!p!}.$$

En répétant ce raisonnement pour un certain n, on trouve pour $p \leqslant n$:

$$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}.$$

Conclusions La première chose que l'on remarque, c'est que cette leçon s'adresse à des élèves plus âgés, déjà habitués à réfléchir et agir dans un niveau élevé d'abstraction en mathématiques. Il n'y a absolument aucune obligation d'utiliser le demi-mètre pliant. Il ne sert que d'exemple. Il serait possible d'utiliser la même méthode et de remplacer le demi-mètre pliant par une urne par exemple, mais une urne est bien plus encombrante et a un domaine d'action bien moins large. Le demi-mètre pliant agit comme un élément du matériel sensoriel Montessori. Il doit concrétiser les termes abstraits que l'élève vient d'apprendre. Il doit également permettre à l'élève de *toucher* ces termes en manipulant le demi-mètre pliant. Cette leçon est prévue en petits groupes de manière à instaurer un dialogue entre les élèves et faire fleurir leurs bonnes idées de manière à maximiser leur chance de trouver les bonnes formules. La place de l'enseignant est à nouveau en retrait. Les élèves sont au centre et l'enseignant doit se tenir prêt à les aider à trouver d'eux-mêmes la solution et à mettre sur la bonne voie les groupes qui s'égarent.

16 Conclusions et propositions d'amélioration

Le demi-mètre pliant sur lequel j'ai basé mon analyse n'est pas de la bonne matière pour être considéré comme un élément du matériel sensoriel Montessori. En effet, il est en plastique alors que le matériel en question est en bois. Ceci s'explique par deux facteurs. Premièrement, à l'époque de Maria Montessori, la production mondiale de platique était dérisoire et il n'existait pas vraiment d'alternative au bois. Aujourd'hui, l'utilisation du plastique permet de réduire le coût de production du demi-mètre pliant. On peut donc argumenter que le matériau utilisé est davantage en lien avec l'époque qu'avec la méthode en elle-même. Pour le reste, tous les autres points énumérés dans la partie *Synthèse* de la section 7 sont satisfaits. Les puristes diront qu'il faudrait remplacer le plastique qui constitue le demi-mètre pliant par du bois de hêtre pour qu'il ait toutes les caractéristiques requises pour être reconnu comme faisant part du matériel sensoriel Montessori. De notre côté, nous faisons abstraction de ce point et disons que notre demi-mètre pliant peut être considéré comme un élément de ce matériel sensoriel.

D'un point de vue pratique, je proposerais également d'y ajouter deux segments. Ainsi, on aurait la possibilité de former un véritable triangle rectangle avec lui. Ce serait d'ailleurs une très bonne base pour commencer le chapitre sur le théorème de Pythagore.

Références

[1] Berdonneau, Catherine & Circonscription de Montmorency. De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques. 7 juin 2006. https://edu1d.ac-toulouse.fr/politique-educative-31/ien31-colomiers/files/2017/12/C-Berdonneau-2006.pdf

[2] Daoust, Carolyn Jean. An Examination of Implementation Practices in Montessori Early Childhood Education. 2004. https://amshq.org/-/media/Files/AMSHQ/Research/Dissertations/An-Examination-of-Implementation-Practices-in-Montessori-Early-Childhood-Education.ashx

[3] Debs, Mira. Racial and Economic Diversity in U.S. Public Montessori Schools. Journal of Montessori Research. 2. 15. 2016. https://doi.org/10.17161/jomr.v2i2.5848.

[4] Dohrmann, K. R. & Nishida, T. K. & Gartner, A. & Lipsky, D. K. & Grimm, K. J. High school outcomes for students in a public Montessori program. Journal of Research in Childhood Education, 22(2), 205-217. 2007. https://doi.org/10.1080/02568540709594622

[5] Bedeau, Johanna. Maria Montessori (1870-1952), le mystère de l'enfant. Toute une vie. France culture. 30 avril 2022. https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/toute-une-vie/maria-montessori-1870-1952-le-mystere-de-l-enfant-9231225.

[6] Haas, Ulrich. Selbstorganisiertes Lernen im Unterricht. Eine unterrichtspraktische Einführung. Beltz Verlag. 2015.

[7] Hattie, John & Yates, Gregory C. R. Visible Learning and the Science of How We Learn. Routledge. 2014.

[8] Hayes, J. R. & Berninger, V. W. Cognitive processes in writing : A framework. In : Arfé, B. & Dockrell, J. & Berninger, V. (Eds.). Writing development in children with hearing loss,

dyslexia, or oral language problems : Implications for assessment and instruction (3-15). Oxford University Press. 2014. `https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199827282.003.0001`

[9] Huber, Anne A. Kooperatives Lernen - kein Problem : Effektive Methoden der Partner- und Gruppenarbeit Mit CD-ROM. Ernst Klett Schulbuchverlag. 2004.

[10] Lillard, Angeline & Else-Quest, Nicole. Evaluating Montessori Education. Science (American Association for the Advancement of Science), 313, 1893-1894. 2006. `https://doi.org/10.1126/science.1132362`

[11] Lillard, Angeline & Heise, Megan. Removing Supplementary Materials from Montessori Classrooms Changed Child Outcomes. Journal of Montessori Research, 2, 16-26. 2016. `https://doi.org/10.17161/jomr.v2i1.5678`

[12] LUCET & SCRIPT. Pisa 2015. Rapport National Luxembourg. 13 décembre 2016. `http://www.pisaluxembourg.lu/wp-content/uploads/2016/12/pisarapport2015_fr.pdf`

[13] Marshall, Chloë. Montessori education : a review of the evidence base. npj Science Learn 2, 11. 2017. `https://doi.org/10.1038/s41539-017-0012-7`

[14] Montessori, Maria. De l'enfant à l'adolescent. Préface de Jeanne Françoise Hutin. Traduit de l'italien par Georgette J.J. Bernard. Éditions Desclée de Brouwer. 2016.

[15] Montessori, Maria. Éduquer le potentiel humain. Textes des conférences sur le Plan cosmique tenues en Inde, Kodaikanal, dans l'État de Madras en 1943. Traduction française de Maria Grazzini. Éditions Desclée de Brouwer. 2016.

[16] Montessori, Maria. La découverte de l'enfant. Pédagogie scientifique, tome 1. Édition du Centenaire présentée par M. Jean Auba, inspecteur général de l'instruction publique directeur du centre international d'études pédagogiques de Sèvres. Traduit par M.-R. Cromwell. Éditions Desclée de Brouwer. 2018.

[17] Montessori, Maria. L'Enfant. *Traduit par Charlotte Poussin*. Éditions Desclée de Brouwer. 2018.

[18] Montessori, Maria. Le Manuel pratique de la méthode Montessori. Manual practico del método Montessori, *traduit de l'espagnol par Charlotte Poussin*. Éditions Desclée de Brouwer. 2016.

[19] OCDE. Résultats du PISA 2015 (Volume I) : L'excellence et l'équité dans l'éducation, PISA, Éditions OCDE. 2016. `https://doi.org/10.1787/9789264267534-fr`

[20] NICHD EARLY CHILD CARE RESEARCH NETWORK ; Multiple Pathways to Early Academic Achievement. Harvard Educational Review 1 ; 74 (1) : 1-29. April 2004. `https://doi.org/10.17763/haer.74.1.k845735459043543`

[21] Rost, Detlef H. Handwörterbuch pädagogische Psychologie 3., überarb. und erw. Aufl., Beltz PVU. 2006.

[22] Saintourens, Thomas. Maria Montessori : à Rome, la rebelle de La Sapienza. Le Monde. 3 août 2020. `https://www.lemonde.fr/series-d-ete/article/2020/08/03/maria-montessori-a-rome-la-rebelle-de-la-sapienza_6047983_3451060.html`

[23] Saintourens, Thomas. Maria Montessori : comment la psychiatre a lancé sa première école, à Rome, en 1907. Le Monde. 4 août 2020. `https://www.lemonde.fr/series-d-ete/article/2020/08/04/maria-montessori-le-laboratoire-de-san-lorenzo_6048070_3451060.html`

[24] Saintourens, Thomas. Maria Montessori, une vedette américaine. Le Monde. 5 août 2020. `https://www.lemonde.fr/series-d-ete/article/2020/08/05/maria-montessori-une-vedette-americaine_6048149_3451060.html`

[25] Saintourens, Thomas. Maria Montessori : la « dottoressa » face au piège fasciste. Le Monde. 6 août 2020. `https://www.lemonde.fr/series-d-ete/article/2020/08/06/maria-montessori-la-dottoressa-face-au-piege-fasciste_6048256_3451060.html`

[26] Saintourens, Thomas. Maria Montessori : le temps de l'exil en Inde. Le

Monde. 7 août 2020. https://www.lemonde.fr/series-d-ete/article/2020/08/07/maria-montessori-le-temps-de-l-exil-en-inde_6048328_3451060.html

[27] Saintourens, Thomas. Maria Montessori : la vieille dame et sa méthode. Le Monde. 8 août 2020. https://www.lemonde.fr/series-d-ete/article/2020/08/08/maria-montessori-la-vieille-dame-et-sa-methode_6048447_3451060.html

[28] Slavin, Robert. Cooperative Learning. Review of Educational Research ; 50 (2) : 315-342. 1980. https://doi.org/10.3102/00346543050002315

[29] Torgerson, Carole & Brooks, Greg & Hall, Jill. A Systematic Review of the Research Literature on the Use of Phonics in the Teaching of Reading and Spelling. 2006. https://www.researchgate.net/publication/265619755_A_Systematic_Review_of_the_Research_Literature_on_the_Use_of_Phonics_in_the_Teaching_of_Reading_and_Spelling

[30] Tozier, Josephine. An educational Wonder-Worker. The Methods of Maria Montessori. McClure's Magazine ; 37 (1). Mai 1911. https://www.imontesomething.com/blog/Montessori-McClures-Magazine-May-1911.php

[31] Wahl, Diethelm. Lernumgebungen erfolgreich gestalten : vom trägen Wissen zum kompetenten Handeln. 2. Aufl. mit Methodensammlung. Klinkhardt. 2006.

A Article GDM

Dans le cadre de ce travail, Prof. Antonella Perucca et moi-même avons co-écrit un article au sujet du demi-mètre pliant. Celui-ci a été envoyé à la *Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, abréviée *GDM*. Cet article sera présenté à la rencontre *GDM* qui se tiendra du 29 août au 2 septembre à la *Goethe-Universität* de Francfort-sur-le-Main. Il sera ensuite publié dans les actes de congrès avant le 30 septembre 2022.

À la différence de mon travail de fin d'études, l'article traite du demi-mètre pliable pour l'ensemble du cursus éducatif : De la maternelle (ou même de la crèche) jusqu'à l'Université en passant par l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire.

Nous avons également créé une page web pour ce projet. Elle est à retrouver à l'adresse `https://math.uni.lu/meter/`.

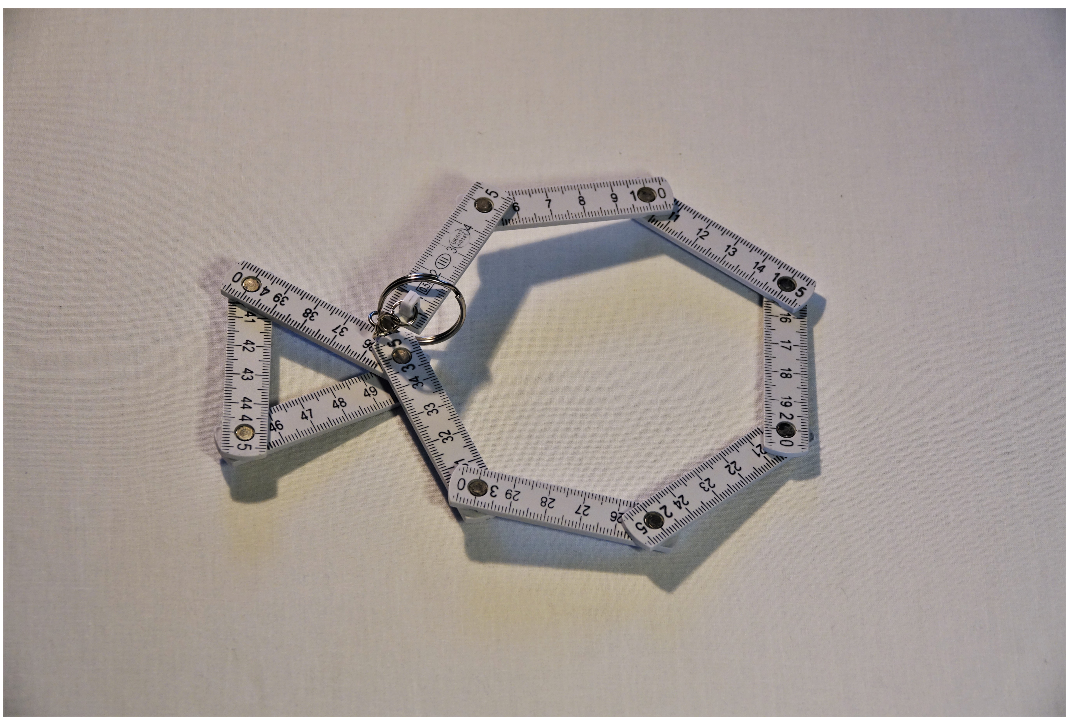


FIGURE 18 – Un poisson

Andy FOYEN & Antonella PERUCCA, Esch (Luxemburg).

Der 50cm lange Gliedermaßstab

Auf den folgenden Seiten werden wir den 50cm langen Gliedermaßstab vorstellen. Neben dem Messen besitzt dieser Stab sehr interessante Eigenschaften, die für das Lehren und Lernen in sämtlichen Schwierigkeitsstufen nützlich sein können, und stark an Maria Montessoris Entwicklungsmaterial orientiert sind.

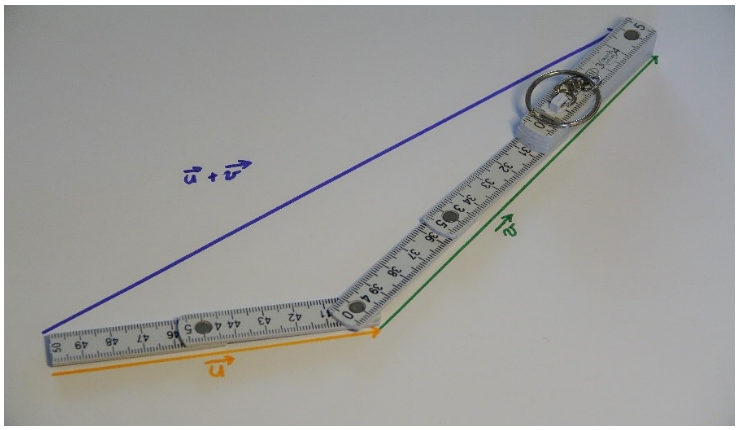


Abbildung 1 : Eine didaktische Anwendung des Gliedermaßstabes.

Hört man von einem Gliedermaßstab (oft auch Zollstock genannt), so denkt man sofort an 2 Meter lange Messgeräte. Doch hier werden wir nicht diesen Gliedermaßstab beschreiben, sondern seinen kleinen Bruder, der eine Länge von 50 Zentimetern hat. Dieser besteht aus 10 Segmenten von jeweils 5cm, die durch Nieten miteinander verbunden sind. Durch seine geringen Dimensionen ist dieser Stab sehr kompakt und daher auch sehr handlich. Er wird auf dem Markt als Schlüsselanhänger verkauft und kann bei Gruppeneinkäufen sehr billig sein. Er ist nicht sehr leicht zerbrechlich; genauer gesagt kann er nur dann brechen, wenn er zu stark in die falsche Richtung gezogen wird. Sollte es dennoch zu einem Bruch kommen, bricht er in einer Art und Weise, die für Kinder keine besondere Gefahr darstellt.

Dieser Gliedermaßstab wurde in einer Krippe in Esch (Luxemburg) ausprobiert und ausgewertet (vgl. Perucca & Foyen 2022). Die Pädagogin Emilie Peifer berichtete, dass Kinder unter 4 Jahren Schwierigkeiten hatten, den Halbmeter auseinanderzuklappen und dazu neigten, ihn zu brechen. Deshalb empfehlen wir das Benutzen des Stabes erst ab 4 Jahren. Frau Peifer zeigte verschiedene Figuren vor, die mit dem Gliedermaßstab geformt werden können: nämlich ein Fisch, eine Treppe, ein Quadrat, ein Dreieck und die Buchstaben A, B und C (für andere Figuren: vgl. Perucca & Foyen 2022). Sie stellte fest, dass die Kinder den Buchstaben C und die Form der Treppe sehr mochten. Außerdem bemerkte sie, dass die Kinder sich gegenseitig beobachteten und versuchten, die Figuren der anderen zu imitieren. Die ersten fingen sogar an, die Dimensionen verschiedener Objekte zu vergleichen (aber nicht genau zu messen). Insgesamt beschäftigten sich die Kinder gerne mit den Halbmetern während ca. 30 Minuten.

In der Grundschule kann der Gliedermaßstab zum Beispiel für das Lernen der Buchstaben oder im Bereich der Kunst verwendet werden. Sogar eine Einführung in algorithmisches Denken anhand des Halbmeters ist möglich.

Uns interessieren in diesem Artikel vor allem die Anwendungen des Gliedermaßstabs im Bereich der Mathematik, und genau in diesem Bereich gibt es zahlreiche Handlungen, die eine multimodale Vorgehensweise anbieten und somit das Lernen vereinfachen (vgl. Berdonneau 2006 und Hattie & Yates 2014, S.115), mit dem Ziel, selbstgesteuertes und inklusives Lernen zu fördern. Der Gliedermaßstab kann in dem Sinne als *learning item* in einer nach SOkeL („selbstorganisiertes und kompetenzorientiertes Lernen“) geplanten Unterrichtseinheit eingesetzt werden (vgl. Haas 2015), bietet sich sehr gut an für eine *Well*-Unterrichtseinheit („Wechselseitiges Lehren und Lernen“) (vgl. Wahl 2006 S.154) und kann Ziel eines Partner- oder Gruppenpuzzles sein (vgl. Huber S. 38-47 u. 49-56). Des Weiteren besitzt dieser Halbmeter Potentiale im Sinne der Entwicklungsmaterialien von Dr. Maria Montessori (vgl. Montessori 2016, S.74-101). Er gestattet es, konstruktivistisches Lernen zum konstruktionistischen Lernen zu transformieren, wie Eguchi es im Anschluss an Papert & Harrel (1991) für Educational Robotics pointiert: “With constructionist learning, the object to think with is built or made, and what is physically constructed can be publicly shared – shown, discussed, examined, and admired” (Eguchi 2017, 11). Die Möglichkeit der taktilen Exploration über den Halbmeter fügt eine realweltliche Dimension zu sonst oftmals stark kognitiv fokussierten Lernszenarien hinzu.

In den nächsten Zeilen beschreiben wir grob verschiedene Themen, die anhand des Stabes erarbeitet werden können. Um genauere Beschreibungen und konkrete Unterrichtsplanungen zu finden, können Sie die Internetseite des Projektes besuchen (vgl. Perucca & Foyen 2022).

In der Grundschule können Kinder die Dimensionen zahlreicher Objekte miteinander vergleichen und diese Größen anhand des Stabes ablesen. Durch die unterschiedlichen Formen, die sich mithilfe des Halbmeters erstellen lassen können, kann jeder auf freier Ebene Strukturen bauen und deren Eigenschaften studieren. Kinder können also elementare Polygone formen, wie Quadrate, Rechtecke, Dreiecke und noch viel mehr. Von allen regulären Polygonen, die geformt werden können, ist das Zehneck eines der beliebtesten und kann deshalb Gegenstand eines Arbeitsprojektes werden. Zudem kann erklärt werden, wie eine stetige Veränderung eine Figur (z.B. ein Quadrat) in eine andere (z.B. eine Raute ohne rechten Winkel) verwandelt.

Der Meter kann idealisiert dargestellt werden in dem Sinne, dass wenn ein Quadrat mit vier Segmenten geformt wird, davon ausgegangen wird, dass jede Seite des Quadrats 5cm lang ist. Diese Herangehensweise ermöglicht die ersten Optimierungsaufgaben: *Was ist die Figur mit dem größten Flächeninhalt, die mit dem Halbmeter geformt werden kann, wenn zwei aufeinanderfolgende Segmente entweder in einer Linie oder im rechten Winkel zueinanderstehen?* Andere Aufgaben, z.B. die folgende, können als Entdeckungsaufgaben gelten: *Formen Sie unterschiedliche Trapeze, messen Sie ihre Winkel und addieren Sie die Amplituden jeder zwei aufeinanderfolgenden Winkel. Was stellen Sie fest?* Ein anderes Projekt könnte darin bestehen, den Gliedermaßstab nicht als idealisiertes Objekt zu betrachten. Der Schüler kann zum Beispiel ein Rechteck formen. Er rechnet dann den äußeren und inneren Umfang und nimmt dabei auch Rücksicht auf die genaue Form des Stabs, wie die Wölbungen, die bei den 90°-Winkeln entstehen.

Prof. Dr. Marina Monsurrò von der *Università Europea di Roma* testet garade mit ihren Studenten den Gliedermaßstab in der Grundschule. Sie können bereits Ihre ersten Ergebnisse auf der Webseite des Projektes (vgl. Perucca & Foyen 2022) nachschlagen.

Auch im Gymnasium kann der Gliedermaßstab als Zahlenstrahl benutzt werden, um Vielfache und Teiler einzuführen, oder um eine intuitive Erklärung zu geben, wie eine Gleichung des ersten Grades gelöst wird. Wenn die verschiedenen Dreiecke eingeführt werden, kann bei jedem Schüler das Vokabular überprüft werden, indem sie die verschiedenen Dreiecke anhand des Halbmeters formen. Im Bereich der Geometrie können anspruchsvollere Formen herstellt werden, deren Umfang und Flächeninhalt berechnet werden. Außerdem kann der Gliedermaßstab angewendet werden, um einen Näherungswert von Pi zu finden, oder um Vektoren zu addieren. Auch im Bereich der Probabilität, der Statistik und der Kombinatorik kann der Gliedermaßstab zum Subjekt mehrerer Aufgaben werden. Letztlich wurde herausgefunden, dass der Halbmeter verschiedene Nummernfamilien umfasst, zum Beispiel die Catalan-Zahlen, die Delannoy-Zahlen und die Motzkin-Zahlen (vgl. Perucca & Foyen 2022).

Wir können auch versuchen, verschiedene Eigenschaften unseres Gliedermaßstabes auf andere Gliedermaßstäbe mit einer beliebigen Anzahl an Segmenten zu übertragen. So könnte beispielsweise gefragt werden, wie viele verschiedene Buchstaben L mit unserem Halbmeter geformt werden können, und versuchen, dieses Ergebnis auf andere Stäbe zu generalisieren.

Wir können also schlussfolgern, dass unser Gliedermaßstab ein sehr ergonomisches Objekt ist, das viele Charakteristika mit der Montessori-Pädagogik teilt und selbstorganisiertes und selbstgesteuertes Lernen fördern kann. Er kann für das Lehren bei sämtlichen Altersgruppen über 4 Jahren eingesetzt werden, er hilft bei der Synchronisation vom Seh- und Tastsinn und bietet eine konkrete und multimodale Darstellung fremder und abstrakter Konzepte. In Anbetracht dieser Punkte erkennen wir im 50cm langen Gliedermaßstab einen richtigen Mehrwert für das Lehren, vom Kindergarten über die Grundschule, und dem Gymnasium bis hin zu der Universität, wo sicherlich zahlreiche weitere seiner didaktischen Eigenschaften erforscht werden können.

Wir möchten uns noch einmal bei Prof. Dr. Giovanni Peccati von der Universität Luxemburg für die Interpretation im Bereich der Kombinatorik bedanken. Außerdem bedanken wir uns bei Frau Emilie Peifer von der Krippe Coccinella dafür, dass sie den Halbmeter in ihrer Kindergruppe eingeführt hat. Wir danken ebenfalls Prof. Dr. Marina Monsurrò und ihren Studenten, Silvia Colantonio, Maria Verazzo und Katiuscia Iezzi für ihre Arbeit im Bereich der Anwendung des Halbmeters für die Grundschule. Ein großes Dankeschön geht ebenfalls an Prof. Dominic Harion von der Universität Luxemburg für seine Hilfe und Ratschläge.

Literatur

Berdonneau, C. & Circonscription de Montmorency. (2006). *De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques*.

Eguchi, A. (2017). *Bringing Robotics in Classrooms*. In: Robotics in STEM Education: Redesigning the Learning Experience, ed. by Myint Swe Khine. Cham: Springer, 3-31.

Haas, U. (2015). *Selbstorganisiertes Lernen im Unterricht. Eine unterrichtspraktische Einführung.* Beltz.

Hattie, J. & Yates, G. C. R. (2014). *Visible Learning and the Science of How We Learn.* Routledge.

Huber, A. A. (2004). *Kooperatives Lernen – Kein Problem! Effektive Methoden der Partner- und Gruppenarbeit.* Leipzig : Ernst Klett Schulbuchverlag.

Montessori, M. (2016). *Le Manuel pratique de la Méthode Montessori. Manual practico del método Montessori, traduit de l'espagnol par Charlotte Poussin.* Desclée de Brower.

Papert, S. & Harel, I. (1991). *Constructionism.* New York, NY: Ablex Publishing Corporation.

Perucca, A. & Foyen, A. (2022). *The foldable half-meter.* Webseite des Projektes, https://math.uni.lu/meter/.

Wahl, D. (2006). *Lernumgebungen erfolgreich gestalten.* Julius Klinkhardt.

B Cours au sujet des fonctions affines (4e C)

Dans cette partie de l'annexe, l'on peut trouver le support de cours pour la séquence sur les fonctions affines pour la classe de 4e C. C'est le document que j'ai projeté au beamer et que j'ai rempli pendant l'enseignement.

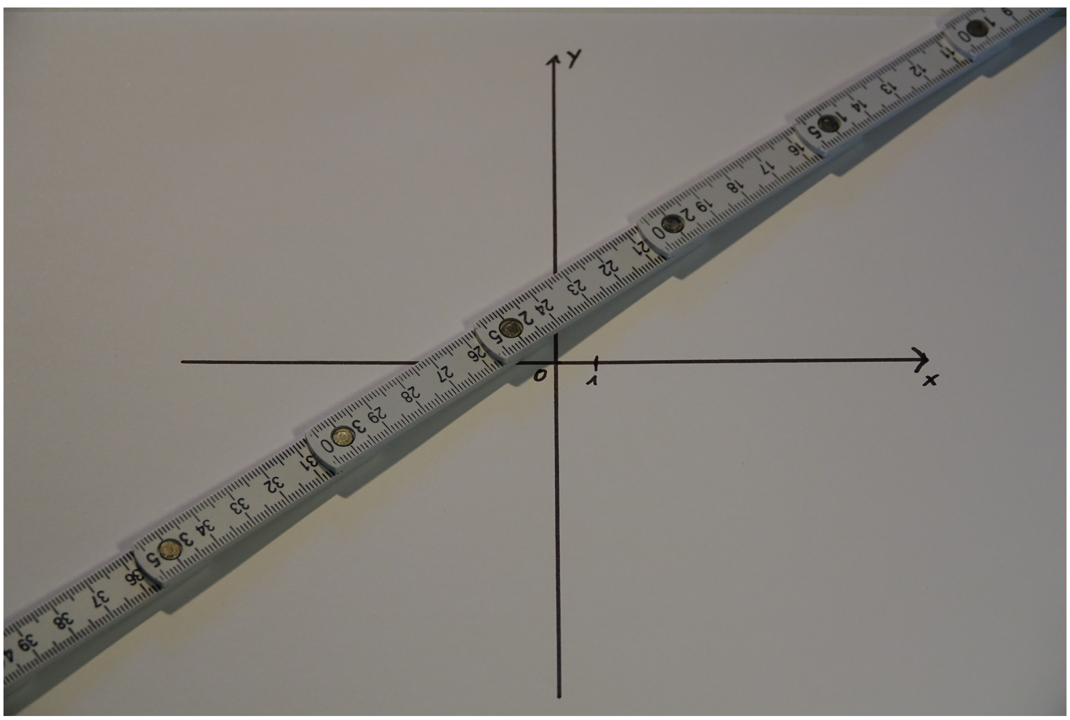


FIGURE 19 – Une fonction affine

Fonctions affines et équations de droites

Activité d'introduction

Le parc d'attraction Fabrikus World de Vias propose depuis cette année trois tarifs pour ses visiteurs :

Liberté	Économique	Classique
Le visiteur paie 30€ à l'entrée du parc. Il a ensuite accès gratuitement à toutes les attractions.	Le visiteur paie 9€ à l'entrée du parc. Il doit ensuite payer 3€ par attraction visitée.	Le visiteur entre gratuitement dans le parc, mais doit ensuite payer 6€ par attraction visitée.

Complétez le tableau suivant en indiquant le prix à payer en fonction du nombre d'attractions visitées.

Nombre d'attraction visitées	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix à payer selon le tarif *liberté*	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
Prix à payer selon le tarif *économique*	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39
Prix à payer selon le tarif *classique*	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

Si y désigne le prix total à payer et x le nombre d'attractions visitées, donner pour chacue tarif la valeur de y en fonction de x.

Selon le tarif *liberté*	$y = 30 + 0 \cdot x = 30$
Selon le tarif *économique*	$y = 9 + 3 \cdot x = 3x + 9$
Selon le tarif *classique*	$y = 0 + 6x = 6x$

Le montant à payer y dépend du nombre x d'attractions visitées. On dit donc que y est une fonction de x. Soit f la fonction correspondant au tarif *liberté*, g celle correspondant au tarif *économique* et h celle correspondant au tarif *classique*. Donnez les fonctions correspondant aux tarifs.

$f(x) = 30$

$g(x) = 3x + 9$

$h(x) = 6x$

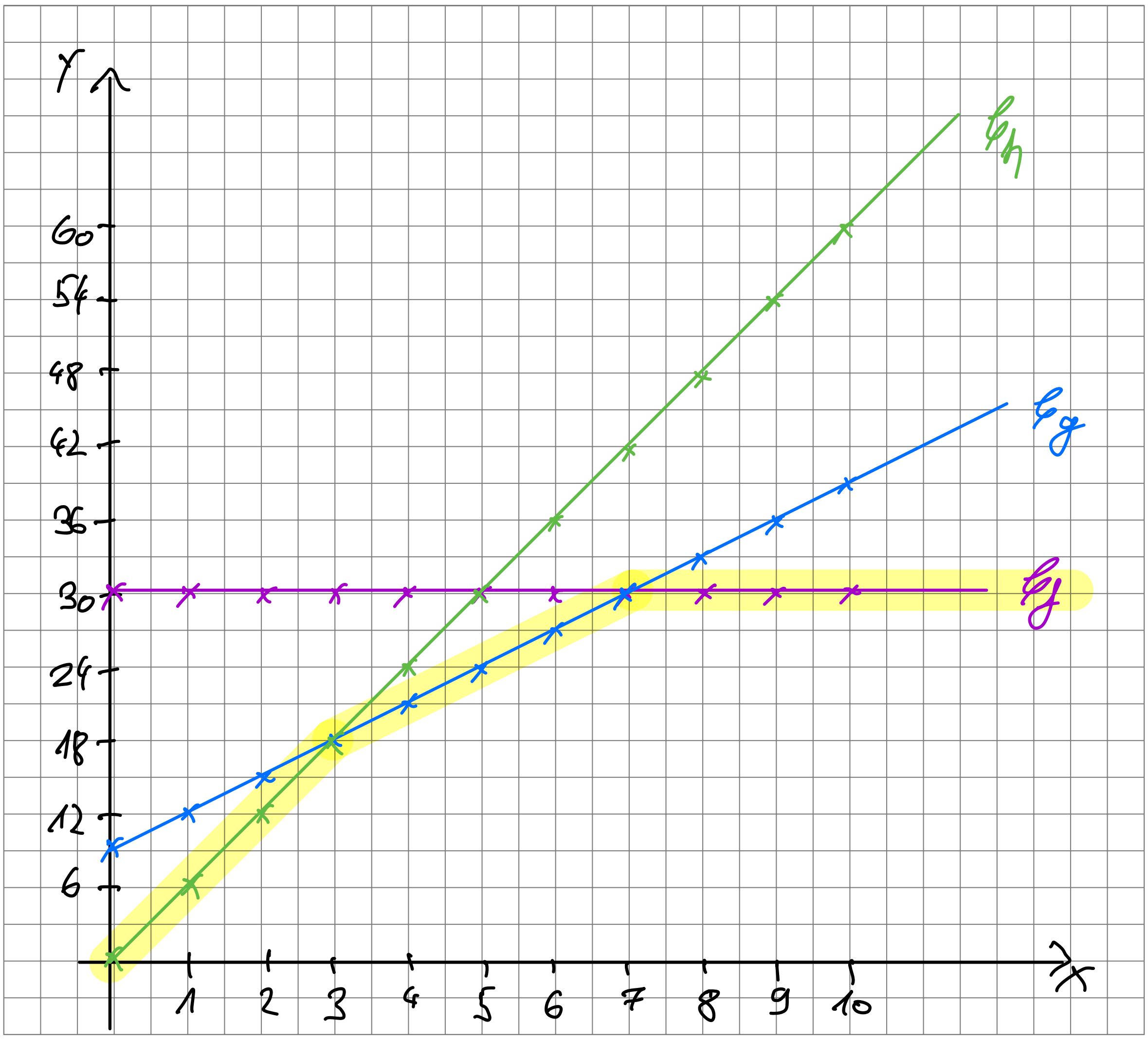
Quelle est la nature de la fonction f ?

f est une fonction constante

Quelle est la nature de la fonction h ?

h est une fonction linéaire

Construisez ci-dessous un repère cartésien et représentez point par point les représentations graphiques des fonctions f, g et h dans ce repère.



Que peut-on dire de la disposition des points ?

Les points des représentations graphiques des fonctions sont alignés.

Graphiquement, précisez quand les différents tarifs sont les plus avantageux.

Définition et premières remarques

Définition *Fonction affine*

Une fonction affine est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ telle que $\forall x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = mx + p,$$

où m et p sont des réels.

Exemples

$f(x) = 3x + 2 \quad (m = 3, p = 2)$

$f(x) = -6x + 8 \quad (m = -6, p = 8)$

$f(x) = 6x - 8 \quad (m = 6, p = -8)$

$f(x) = \pi \cdot x - 2 \quad (m = \pi, p = -2)$

$f(x) = 5 \quad (m = 0, p = 5)$

$f(x) = -\frac{6}{7}x \quad (m = -\frac{6}{7}, p = 0)$

Non-Exemples

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{9-3x}}$

$f(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = x^2$

Propriété 1 *Cas particuliers*

a) Une fonction linéaire est une fonction affine. (Il suffit de prendre $p = 0$).

b) Une fonction constante est une fonction affine. (Il suffit de prendre $m = 0$).

Propriété 2 *Représentation graphique*

La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère cartésien est une droite non verticale.

Comment tracer la représentation graphique d'une fonction affine

1) Choisir 3 nombres distincts x_1, x_2 et x_3

2) On calcule leurs images $f(x_1)$, $f(x_2)$ et $f(x_3)$

3) Tracer la droite passant par les points $(x_1, f(x_1))$ et $(x_2, f(x_2))$

4) Vérifier si $(x_3, f(x_3))$ appartient à la droite

Exercice 2 p.118 (T1)

Exercices 1, 2 et 5 p.128 (T1).

Analyse des effets des paramètres d'une fonction affine

Dans une fonction affine f définie par $f(x) = mx+p$, les éléments m et p sont appelés des paramètres. Nous allons voir quelles influences ces paramètres ont sur la fonction.

Démarche

Nous allons utiliser la méthode du *Partnerpuzzle* décrite dans le livre *Selbstorganisiertes Lernen im Unterricht* de Ulrich Haas.

Vous allez recevoir une fiche divisée en deux parties. La première se trouve sur le recto de la feuille, la deuxième sur le verso. Nous vous demandons de faire des groupes de 2 et nous appelerons ces groupes les ***groupes de base***. Dans ces groupes vous devrez vous répartir le travail : L'un se charge de la première partie. L'autre de la deuxième. Ensuite viendra une période de travail individuel où chacun travaillera sur son sujet. Pendant ce temps, l'enseignant vous répartira dans des groupes avec des élèves ayant le même sujet que vous. Ces groupes sont les ***groupes d'experts***. Après le travail individuel, vous irez dans vos groupes d'experts respectifs et vous dresserez un corrigé modèle. Ensuite viendra une nouvelle phase de travail individuel où vous vérifierez que vous avez bien compris le corrigé modèle et où vous vous préparerez à le présenter à votre partenaire dans le groupe de base. Après cette dernière partie individuelle viendra le dernier volet de ce travail de groupe. Vous reviendrez dans votre groupe de base et vous expliquerez votre réponse à votre partenaire.

Pendant toute la durée de l'expérience, vous aurez le droit à utiliser le matériel qui se trouve sur le pupitre principal, à savoir une tige en plastique, des panneaux de plexiglas et un grand repère cartésien.

Après l'activité, les fiches seront corrigées en plénum.

Partnerpuzzle : Fiche A

Dans cette activité, nous allons découvrir l'influence de la valeur m sur la fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$. Voici vos tâches :

1. Choississez une valeur (de préférence strictement positive) pour p et complétez les questions suivantes.

   J'ai choisi $p =$ 2.

2. Nous allons maintenant analyser la fonction affine f donnée par $f(x) = mx+$ 2 suivant les valeurs de m.

   (a) Si m est strictement positif.
   Avec une tige en plastique, représentez la fonction f_1 définie par $f_1(x) = x+$ 2 dans le repère cartésien mis à votre disposition. Posez une planche de plexiglas dessus et représentez ensuite graphiquement la fonction f_2 donnée par $f_2(x) = 2x+$ 2. Faites de même avec la fonction f_3 définie par $f_3(x) = 3x+$ 2. Lorsque x augmente d'une unité, de combien d'unités $f(x)$ augmente/diminue-t-il ? Proposez une interprétation graphique de la valeur de m.

   Lorsque x augmente d'une unité $f_1(x)$ augmente d'une unité, $f_2(x)$ augmente de 2 unités et $f_3(x)$ augmente de 3 unités. Il semble que m désigne le nombres d'unités dont $f(x)$ augmente lorsque x augmente d'une unité.

   (b) Si $m = 0$.
   Représentez à l'aide d'une tige en plastique la fonction f_0 définie par $f_0(x) = 0x+$ 2 $=$ 2.
   De quel genre de fonction s'agit-il ? Cela est-il conforme votre proposition du point (a) ?

   C'est une fct constante. Oui, car elle n'augmente pas.

   (c) Si m est strictement négatif.
   De la même manière que pour le point (a), représentez les fonctions f_{-1}, f_{-2} et f_{-3} définies respectivement par $f_{-1}(x) = -x+$ 2, $f_{-2}(x) = -2x+$ 2 et $f_{-3}(x) = -3x+$ 2.
   Cela correspond-il à votre proposition ?

   Oui car $f_{-1}(x)$ augmente de -1 unité (diminue d'une unité) $f_{-2}(x)$ diminue de 2 unités et $f_{-3}(x)$ diminue de 3 unités lorsque x augmente d'une unité.

3. Pour conclure, décrivez l'action de m dans la fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$. Dans quels cas la fonction est-elle croissante ? décroissante ? constante ?

   Lorsque x augmente d'une unité, $f(x)$ augmente de m unités. f est strictement croissante si $m>0$, f est constante si $m=0$ et f est strictement décroissante si $m<0$.

Partnerpuzzle : Fiche B

Dans cette activité, nous allons découvrir l'influence de la valeur p sur la fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$. Voici vos tâches :

1. Choisissez une valeur (de préférence strictement positive) pour m et complétez les questions suivantes.

   J'ai choisi $m =$ 2.

2. Nous allons maintenant analyser la fonction affine f donnée par $f(x) =$ 2 $x + p$ suivant les valeurs de p.

   (a) Si p est strictement positif.
   Avec une tige en plastique, représentez la fonction f_1 définie par $f_1(x) =$ 2 $x + 1$ dans le repère cartésien mis à votre disposition. Posez une planche de plexiglas dessus et représentez ensuite graphiquement la fonction f_2 donnée par $f_2(x) =$ 2 $x + 2$. Faites de même avec la fonction f_3 définie par $f_3(x) =$ 2 $x + 3$. À quels endroits ces fonctions coupent-elles l'axe des ordonnées ? Proposez une interprétation de la valeur de p dans la représentation graphique d'une fonction affine. Bonus : Décrivez la relation entre ces droites.

   $\mathcal{C}_{f_1}$ coupe (Oy) au point (0 ; 1) ; $\mathcal{C}_{f_2}$ au point (0 ; 2) et $\mathcal{C}_{f_3}$ au point (0 ; 3). Il semble que dans le cas général, $\mathcal{C}_f$ coupe (Oy) au point (0 ; p).

   (b) Si $p = 0$.
   Représentez à l'aide d'une tige en plastique la fonction f_0 définie par
   $f_0(x) =$ 2 $x + 0 =$ 2 x. De quel genre de fonction s'agit-il ? Cela vous conforte-t-il dans votre proposition du point (a) ?

   Il s'agit d'une fonction linéaire. Oui car $(0;0) \in \mathcal{C}_{f_0}$

   (c) Si p est strictement négatif.
   De la même manière que pour le point (a), représentez les fonctions f_{-1}, f_{-2} et f_{-3} définies respectivement par $f_{-1}(x) =$ 2 $x - 1$, $f_{-2}(x) =$ 2 $x - 2$ et $f_{-3}(x) =$ 2 $x - 3$. Votre proposition est-elle toujours valable ? Bonus : Décrivez la relation entre ces droites.

   Oui car, $\mathcal{C}_{f_{-1}}$ coupe (Oy) au point (0 ; −1)
   $\mathcal{C}_{f_{-2}}$ ——— (0 ; −2)
   $\mathcal{C}_{f_{-3}}$ ——— (0 ; −3)

3. Pour conclure, décrivez l'action de p dans la fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$. Bonus : Décrivez la relation entre les représentations graphiques de f, lorsqu'on fait varier p.

   La valeur de p désigne l'ordonnée à l'origine de la fonction f. En effet, $f(0) = m \cdot 0 + p = p$. $\mathcal{C}_f$ passe par le point (0 ; p). Les représentations graphiques des différents f sont des droites parallèles

De l'activité précédente, nous tirons la définition suivante.

Définition Coefficient directeur & ordonnée à l'origine

1. Dans une fonction affine f donnée par $f(x) = mx + p$, m est appelé coefficient directeur. Il détermine le nombre d'unités dont f varie lorsque x augmente d'une unité. .
2. Dans une fonction affine f donnée par $f(x) = mx + p$, p est appelé ordonnée à l'origine. Il détermine l'ordonnée du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec (Oy). .

Nous avons également trouvé le résultat suivant :

Théorème 1 *Variation d'une fonction affine*

Une fonction affine f donnée par $f(x) = mx + p$ est :

- strictement croissante si m est strictement positif $(m > 0)$.
- constante si m est nul. $(m = 0)$.
- strictement décroissante si m est strictement négatif.

Exercices 9, 10 et 11 p. 128 (T1).

C Évaluation faite par les élèves de la 4e C

Une fois la séquence d'enseignement terminée, j'ai transmis à chaque élève un formulaire d'évaluation. Sur le recto, ils pouvaient évaluer la méthode du *Partnerpuzzle* que j'ai utilisée avec eux. Sur le verso, ils avaient la possibilité de donner leur avis sur mon enseignement.

Figure 20 – Un point d'interrogation

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW					
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*					
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1	2	3	4	5	6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1	2	3	4	5	6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1	2	3	4	5	6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1	2	3	4	5	6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1	2	3	4	5	6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1	2	3	4	5	6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1	2	3	4	5	6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1	2	3	4	5	6

Qu’est-ce qui t’a particulièrement bien plu pendant le cours ?

- travailler dans des groupes pour mieux comprendre le sujet

Qu’est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

- un peu plus d' explications chez le Partner-puzzle
- écriture

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

Ech hunn et gutt fonnt, dass den Här Foyen puer realistesch Beispiller, wéi dat mam Kaffisautomat, ginn huet. Ech perséinlech hunn de Prinzip vum Partner-puzzle net ganz verstan, fannen awer dass et eng gutt Iddi war, fir bësse méi Ofwiesslung.

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

Villäicht bësse méi am Detail erklären. Ech mengen, fir puer Leit war de Partnerpuzzle net ganz verständlech. An insgesamt verschidde Saachen nach méi präzis erklären a weisen.

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

Realistesch Beispiller benotzt vir Fonktiounen ze erklären. Een Reminder um Uffant vu der Stonn.

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

Deelweis Saachen na bessen mei erklären, wou heen dovun ausgung, dass mir et wëssen. (mir wussten et awer net).

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

J'ai aimé découvrir moi-même les choses lors du Partnerpuzzle. D'un autre côté, je trouve que cela a pris trop de temps de discuter les résultats dans les groupes. J'aurais préféré avancer plus vite dans le cours.

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

Je n'ai trouvé rien de particulier que le stagiaire pourrait encore améliorer.

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

• le travail en groupe

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

• expliquation des resultats du partnerpuzzle plus détaillé

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

- travail en groupe

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

- explication plus détaillé

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

J'ai bien aimé que le stagière ne laisse pas toujours les mêmes répondre, mais il essaie de faire en sorte que chacun donne sa réponse. Même si on ne connaissait pas la réponse, il essayait de trouver la solution avec nous.

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

Il pourrait ralentir un peu le cours.

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

Travail en grupe

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

- écriture
- expliquation du Partnerpuzzle

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

- C'est bien qu'il repète notre sujet au début de la leçon, ainsi on comprend mieux le sujet

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

- Il devrait être un peu moins nerveux

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW					
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*					
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1	2	3	4	5	6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1	2	3	4	5	6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1	2	3	4	5	6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1	2	3	4	5	6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1	2	3	4	5	6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1	2	3	4	5	6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1	2	3	4	5	6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1	2	3	4	5	6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

C'est bien qu'il explique le sujet au début de la leçon pour que nous nous souviendrons mieux.

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

J'ai pas compris ses explications, Mais en tous il a bien fait son travaille.

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

- L'explication avec la machine à café était très precise et comprehensible. J'ai donc compris comment on peut utiliser les mathématiques dans la vie réelle.
- C'est bien qu'il répète le sujet au début de chaque leçon, alors on comprend mieux le sujet.

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

Il n'y a vraiment rien à dire. Il fait très bien son travail.

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?
Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW					
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*					
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1	2	3	4	5	6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1	2	3	4	5	6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1	2	3	4	5	6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1	2	3	4	5	6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1	2	3	4	5	6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1	2	3	4	5	6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1	2	3	4	5	6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1	2	3	4	5	6
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1	2	3	4	5	6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1	2	3	4	5	6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ? J'ai trouvé que c'était bien qu'au début il répétait tout normalement et qu'on avait envie d'écouter.
Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ? Parfois, je n'ai pas bien compri ses explications.

Grille d'évaluation	Andy Foyen Mathématiques Uni.lu / LNW
Partnerpuzzle	*1 : pas du tout d'accord* *6 : entièrement d'accord*
J'ai compris le principe du Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés lors des phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré ne pas avoir de phases de travail individuel.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à travailler dans le groupe d'experts	1 2 3 4 5 6
J'ai éprouvé des difficultés à communiquer dans le groupe d'experts.	1 2 3 4 5 6
J'ai aimé les phases d'explication et d'apprentissage dans le groupe de base.	1 2 3 4 5 6
J'ai bien aimé le Partnerpuzzle.	1 2 3 4 5 6
Je pense avoir plus appris à l'aide du Partnerpuzzle que lors de leçons traditionnelles.	1 2 3 4 5 6
J'aimerais refaire un Partnerpuzzle à l'avenir.	1 2 3 4 5 6
J'ai trouvé l'utilisation des tiges en plastique utile.	1 2 3 4 5 6 trop épaisses
J'ai trouvé la visualisation à l'aide d'objets réels plus facile.	1 2 3 4 5 6
J'aurais préféré une leçon ordinaire.	1 2 3 4 5 6

Qu'est-ce qui t'a particulièrement bien plu pendant le cours ?

- Trouver moi-même la réponse et la logique Ça m'a permis de mieux comprendre et ainsi je me le rappelle plus facilement

Qu'est-ce que le stagiaire pourrait encore améliorer ?